Buletin Pengelolaan Reaktor Nuklir. Vol. 5 No. 1, April 2008 : 1-6

ANALISIS PERPINDAHAN PANAS PELAT ELEMEN BAKAR DENGAN METODE ELEMEN HINGGA

Alfahari Mardi

ABSTRAK

ANALISIS PERPINDAHAN PANAS PELAT ELEMEN BAKAR DENGAN METODE ELEMEN HINGGA. Selain metode analitik, Metode Elemen Hingga dapat digunakan untuk menghitung perpindahan panas atau distribusi suhu elemen bakar berbentuk pelat secara numerik. Sebagai studi kasus, kedua metode tersebut diterapkan untuk menghitung distribusii suhu pada pelat elemen bakar RSG-GAS dalam arah satu dimensi. Perhitungan yang diperoleh menunjukkan hasil yang sama.

ABSTRACT

HEAT TRANSFER ANALYSIS OF FUEL PLATE USING FINITE ELEMENT METHOD. *The Finite Element Method can be used to calculate the heat transfer or fuel plate temperature distributions, beside that of the analytical method. For the case study, both methods are implemented to calculate the temperature distributions for RSG- GAS fuel element in one dimension. The calculations showed that both same results.*

PENDAHULUAN

Perhitungan distribusi suhu atau perpindahan panas yang sifatnya sederhana pada umumnya ditentukan dengan menggunakan metode analitik berdasarkan formulasi- formulasi yang sudah tersedia yang diturunkan dari persamaan Poisson atau Fourier dan lain-lain. Untuk perhitungan- perhitungan yang lebih rumit, baik dimensi maupun struktur atau konfigurasi dari objek yang akan dihitung, akan lebih mudah bila menggunakan metode numerik. Metode numerik ini kemudian dikembangkan dan menjadi dasar untuk pemrograman komputer.

Dalam makalah ini dibahas secara singkat suatu metode numerik, yaitu Metode Elemen Hingga. Metode tersebut kemudian diimplementasikan untuk memformulasikan bentuk-bentuk numerik untuk menghitung distribusi suhu pada pelat elemen bakar dengan perpindahan panas satu dimensi.

Sebagai studi kasus, metode tersebut digunakan untuk menghitung distribusi suhu pada elemen bakar RSG- GAS pada daya 30 MW dan sebagai perbandingan disajikan pula distribusi suhu dengan menggunakan metode analitik atau eksak.

DASAR TEORI

Teori yang berkaitan dengan perpindahan panas didasarkan atas persamaan Poisson yang kemudian diturunkan ke bentuk numerik menggunakan Metode Elemen Hingga.

Persamaan perpindahan panas satu dimensi secara konduksi dapat dinyatakan dengan persamaan Poisson sebagai berikut:

$$k_x \frac{d^2T}{dx^2} + Q''' = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots..(1)$$

di mana

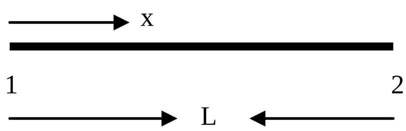
k_x = konduktivitas panas dalam arah x dari media (kW/m^o c)

Q``` = anas volumetrik yang dibangkitkan oleh media (kW/m^3)

Persamaan Poisson tersebut di atas kemudian diturunkan menjadi persamaan elemen hingga menggunakan kalkulus variasi. Prinsip variasi yang berkaitan dengan persamaan Poisson yaitu,

$$\Omega = \iiint \left(\frac{1}{2}\right) k_x \left(\frac{dT}{dx}\right)^2 dV - \iiint Q''' T dV \ \ldots.(2)$$

Selanjutnya dipilih suatu elemen dengan tipe elemen garis yang dibatasi oleh dua simpul.



Di mana L adalah panjang elemen dengan dua simpul (simpul 1 dan 2).

Bila diasumsikan bahwa distribusi suhu pada elemen tersebut berbentuk linier karena hanya terdiri dari dua simpul, maka T (suhu) sebagai fungsi x adalah :

$$T\ (x) = a_1 + a_2\, x \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(\ 3\ )$$

atau dalam bentuk matriks ,

$$T(x) = \begin{vmatrix} 1 & x \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots(4)$$

Pada

x=0 , T(x) = T(0) = t_1 = | 1 0 | {a_n}

dan pada

x=L , T(x)=T(L)= t_2= | 1 L | {a_n}

Dengan demikian persamaan (4) dapat dituliskan sebagai :

$$\begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{Bmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & L \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \ldots\ldots\ldots\ldots(5)$$

atau secara singkat :

$$\{\ t_n\ \} = |\ P\ |\ \{\ a_n\ \} \ldots\ldots\ldots.(6)$$

besarnya $\{a_n\} = |P|^{-1}\{t_n\}$…………….(7)

di mana $|P|^{-1}$ adalah *inverse* matriks dari $|P|$ yang besarnya adalah :

$$|P|^{-1} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1/L & 1/L \end{vmatrix}$$

Substitusi ke persamaan (7), diperoleh :

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1/L & 1/L \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{Bmatrix} \text{………(8)}$$

a_1 dan a_2 disubstitusi ke persamaan (3), maka

$$T(x) = (1 - x/L)\, t_1 + (x/L)\, t_2 \text{ …….(9)}$$

atau

$$T(x) = N_1 t_1 + N_2 t_2 \text{ ………(10)}$$

di mana :

$N_1 = 1\text{-}x/L$ dan $N_2 = x/L$

T(x) pada persamaan (9) dideferensiasi terhadap x :

$$\frac{dT(x)}{dx} = \left(-\frac{1}{L}\right)t_1 + \left(\frac{1}{L}\right)t_2 \text{ ……..(11)}$$

atau

$$\frac{dT(x)}{dx} = \begin{vmatrix} -\frac{1}{L} & \frac{1}{L} \end{vmatrix} \{t_n\} \text{…………(12)}$$

Bila $B = |-1/L \quad 1/L|$, maka persamaan (12) menjadi ,

$$\frac{dT(x)}{dx} = B\{t_n\} \text{ …………..(13)}$$

Persamaan (13) dikuadratkan, maka :

$$\{dT/dx\}^2 = B\{t_n\}\}^2 = \{t_n\}^T B^T B\{t_n\} \text{….(14)}$$

$\{t_n\}^T$ dan B^T masing- masing adalah *transpose* matriks dari $\{t_n\}$ dan B.

Persamaan (14) disubstitusi ke persamaan(2), diperoleh :

$$\Omega = \iiint (½)\{t_n\}^T B^T.k_x.B\{t_n\}dV - \iiint Q'''TdV \text{..(15)}$$

Diferensiasi Ω terhadap t_1 dan t_2, menghasilkan :

$$\Omega = 0 \rightarrow \begin{cases} \dfrac{d\Omega}{dt_1} = 0 \\ \dfrac{d\Omega}{dt_2} = 0 \end{cases}$$

Sehingga persamaan (15) menjadi :

$$\iiint B^T k_x BdV\{t_n\} = \iiint Q''' |N|^T dV \text{…..(16)}$$

atau

$$|K|\{t_n\} = \{q\} \text{……..(17)}$$

dimana $|K|$ disebut matriks kekakuan elemen , dan

$$|K| = \iiint B^T k_x BdV = A\int_L B^T k_x Bdx$$

$$= \int_L \begin{Bmatrix} 1/L \\ 1/L \end{Bmatrix} k_x \begin{vmatrix} -1/L & 1/L \end{vmatrix} Adx$$

$$= \frac{Ak_x}{L^2}\int_L \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} dx$$

$$= \frac{Ak_x}{L^2}\int_L \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} dx$$

$$|K| = \frac{Ak_x}{L^2}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \text{……..…(18)}$$

Dari persamaan (17) {q} adalah vektor parameter dari sumber panas, di mana :

$$\{q\} = \iiint Q''' |N|^T dV$$

$$\{q\} = Q''' A\int_L \begin{Bmatrix} 1 & -x/L \\ & x/L \end{Bmatrix} dx$$

$$\{q\} = \frac{Q''AL}{2}\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \text{…………......(19)}$$

Substitusi persamaan (18) dan (19) ke persamaan (17), diperoleh :

$$\frac{Akx}{L}\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}\begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{Bmatrix} = \frac{Q'''AL}{2}\begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \text{…..(20)}$$

Persamaan (20) di atas biasa disebut persamaan kesetimbangan elemen untuk perpindahan panas satu dimensi secara konduksi dalam bentuk elemen hingga.

Untuk perpindahan panas secara konveksi, maka matriks kekakuan pada konveksi:

$$\left| K_h \right| = \iint h . \left| N^T \right| \left| N \right| \, dS \text{……(21)}$$

di mana :

h = koefisien perpindahan panas fluida ($kW/m^2\,{}^0C$)

S = luas permukaan yang meliputi aliran panas

$$\left| K_h \right| = \iint h \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \{0 \;\; 1\} dS = hA \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Sedangkan untuk {q} pada aliran konveksi

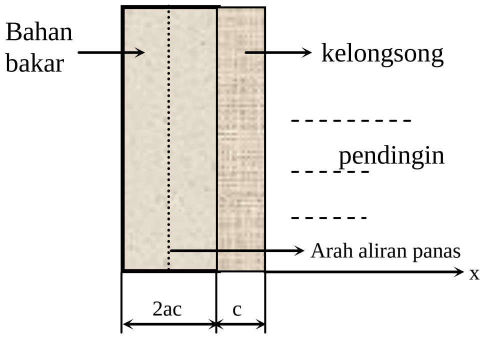
$$\{Q_h\} = hT_b A \begin{Bmatrix} N_1(x = L) \\ N_2(x = L) \end{Bmatrix} = hT_b \begin{Bmatrix} 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \text{..(23)}$$

di mana T_b adalah suhu *bulk* fluida pendingin

STUDI KASUS

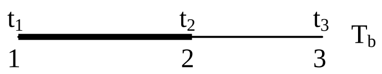
Metode elemen hingga seperti yang dijelaskan sebelumnya akan diterapkan untuk menghitung perpindahan panas khususnya distribusi suhu pada elemen bakar RSG-GAS termasuk konveksi pada fluida pendingin.

Secara skematis perpindahan panas yang terjadi pada elemen bakar RSG-GAS dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2. Skema perpindahan panas satu dimensi pada pelat elemen bakar RSG-GAS.

Metode elemen hingga untuk perpindahan panas dapat diturunkan dengan membuat elemen garis.



Gambar 3. Pembagian elemen pada pelat elemen bakar

Elemen 1 (simpul 1-2) : setengah tebal *meat* bahan bakar

Elemen 2 (simpul 2-3) : kelongsong

t_1 : suhu maksimum (bagian tengah) bahan bakar

t_2 : suhu sisi bahan bakar

t_3 : suhu sisi kelongsong

T_b : suhu *bulk* fluida pendingin

Untuk Elemen 1

Mengacu pada persamaan (20), maka persamaan kesetimbangan elemen adalah:

$$\frac{Ak_f}{a} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{Bmatrix} = \frac{Q''' Aa}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \text{….(24)}$$

Pada persamaan tersebut di atas (24), a = setengah tebal *meat* bahan bakar dan k_f adalah konduktivitas panas bahan bakar.

Untuk Elemen 2

Elemen 2 adalah kelongsong, tidak ada panas yang dibangkitkannya, sehingga Q=0. Oleh karena itu persamaan (20) dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\frac{Ak_c}{c} \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \text{….(25)}$$

di mana

c = tebal kelongsong dan

k_c = konduktivitas panas kelongsong

Pada Fluida Pendingin

Pada fluida pendingin terjadi perpindahan panas secara konveksi sesuai dengan persamaan (22) dan (23).

Pada elemen 2 (kelongsong), selain terjadi aliran panas konduksi, kemudian diikuti dengan aliran konveksi pada fluida pendingin, sehingga matriks kekakuan elemen pada elemen 2 adalah :

$$\left|K_c\right| = \frac{Ak_c}{c} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + hA \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \ldots\ldots(26$$

atau

$$\left|K_c\right| = \begin{vmatrix} \frac{Ak_c}{c} & -\frac{Ak_c}{c} \\ -\frac{Ak_c}{c} & \frac{Ak_c}{c} + hA \end{vmatrix} \quad \ldots\ldots(27)$$

Persamaan kesetimbangan untuk elemen 2 atau pada kelongsong adalah :

$$\frac{A}{c}\begin{vmatrix} k_c & -k_c \\ -k_c & k_c + hc \end{vmatrix}\begin{Bmatrix} t_2 \\ t_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ hT_b A \end{Bmatrix} \quad \ldots.(28)$$

Selanjutnya diadakan penggabungan atau superposisi dari persamaan –persamaan yang berkaitan dengan elemen 1 dan 2 yang disebut sebagai persamaan kesetimbangan sistem.

$$A\begin{vmatrix} \frac{k_f}{a} & -\frac{k_f}{a} & 0 \\ -\frac{k_f}{a} & \frac{k_f}{a} + \frac{k_c}{c} & -\frac{k_c}{c} \\ 0 & -\frac{k_c}{c} & \frac{k_c}{c} + h \end{vmatrix}\begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{Bmatrix} = A\begin{Bmatrix} Q''/2 \\ Q''/2 \\ hTb \end{Bmatrix} \quad \ldots..29$$

Ruas kanan dan kiri persamaan di atas mengandung faktor A sehingga dapat dihilangkan dan Q```a = Q`` (fluks panas). Dari persamaan inilah persoalan perpindahan panas atau perhitungan distribusi pada elemen bakar diselesaikan.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Untuk menghitung perpindahan panas, khususnya untuk distribusi suhu pada elemen bakar RSG- GAS, sesuai dengan persamaan (29) dibutuhkan beberapa data, yaitu: fluks panas (Q``), setengah tebal *meat* bahan bakar (a),tebal kelongsong (c), konduktivitas panas bahan bakar (k_f), konduktivitas panas kelongsong (k_c), koefisien perpindahan panas fluida (h), suhu masuk pendingin fluida (T_b).

Berdasarkan LAK RSG- GAS Revisi 9 Vol. I, Mei 2006 diperoleh data untuk daya nominal reaktor 30 MW sebagai berikut:

Bahan Bakar

Jenis bahan bakar : U_3 Si_2 Al
Tebal zona *meat* bahan bakar ,2^a : 0,54 mm (a = 0,027 mm)
Lebar zona *meat* bahan bakar, w : 62,75 mm
Panjang zona *meat* bahan bakar, p: 600 mm
Fluks panas, Q`` : 66,516 W/cm^2
Konduktivitas panas, k_f : 1,07 W/cm ^{o}K

Kelongsong

Bahan: Al Mg_2
Tebal kelongsong,c: 0,38 mm (0,038 cm)
Konduktivitas panas, k_c: 2,16 W/cm ^{o}K

Fluida Pendingin

Koefisien perpindahan panas , h: 1,9364 W/cm^2 ^{o}C
Suhu *bulk* (rerata) ,T_b : 44,5 ^{o}C
Data tersebut kemudian dimasukkan ke dalam persamaan 29, di mana :

a) $\frac{k_f}{a} = \frac{1,07}{0,027} = 39,6296$

b) $\frac{k_c}{c} = \frac{2,16}{0,038} = 56,8421$

c) h = 1,9364
d) T_b = 44,5
e) Q``/2 =66,516/2=33,258
f) h T_b =1,9364x44,5= 86,1698

Maka persamaan menjadi :

$$\begin{vmatrix} 39{,}6296 & -39{,}6296 & 0 \\ -39{,}6296 & 96{,}4717 & -56{,}8421 \\ 0 & -56{,}8421 & 58{,}7785 \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 33{,}258 \\ 33{,}258 \\ 86{,}1698 \end{Bmatrix} \text{.........(30)}$$

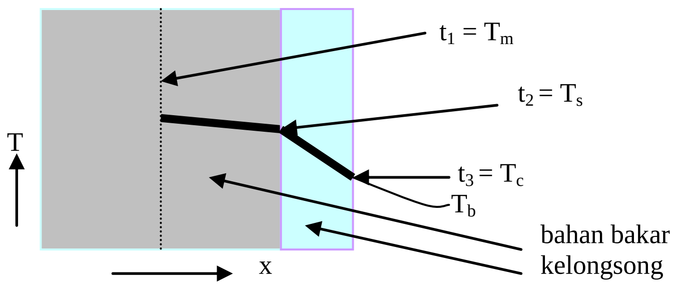
Persamaan ini dapat diselesaikan dengan beberapa cara. Salah satu cara yaitu dengan metode eliminasi Gauss. Jumlahkan baris ke 1 dengan baris ke 2 dan kemudian jumlahkan baris ke 2 dengan baris ke 3. Dari sini dapat diperoleh:

Suhu tengah bahan bakar, $t_1 = 80{,}86\ ^0C$
Suhu sisi luar bahan bakar, $t_2 = 80{,}02\ ^0C$
Suhu sisi luar kelongsong, $t_3 = 78{,}85\ ^0C$

Sebagai perbandingan dilakukan perhitungan dengan metode analitik atau eksak (lihat Lampiran) dan menghasilkan:

Suhu tengah bahan bakar, $T_m = 80{,}86\ ^0C$
Suhu sisi luar bahan bakar, $T_s = 80{,}02\ ^0C$
Suhu sisi luar kelongsong, $T_c = 78{,}85\ ^0C$

Dari kedua metode menghasilkan distribusi suhu yang sama.



Gambar 4. Distribusi suhu elemen bakar dengan perhitungan analiik dan elemen hingga

KESIMPULAN

Metode Elemen Hingga merupakan salah satu cara untuk menghitung perpindahan panas secara numerik, khususnya untuk perhitungan distribusi suhu. Pada perhitungan satu dimensi untuk kasus distribusi suhu pelat elemen bakar RSG- GAS diperoleh hasil yang sama dengan perhitungan menggunakan metode analitik atau eksak.

DAFTAR PUSTAKA

1. Yijun Liu, *Introduction to Finite Element Method*, Lecture Notes, University of Cincinati, 1998
2. Yerri Susanto, Dasar- Dasar Metode Elemen Hingga, Penerbit ANDI Yogyakarta, 2004
3. Desai,C.S. dan Sri Jatno Wirjosoedarno, Dasar-Dasar Metode Elemen Hingga, Penerbit Erlangga, 1996
4. Irwan Katili, Aplikasi Metode Elemen Hingga pada Rangka-Balok-Grid-Portal, UI, Teknik Sipil, ISBN : 979-9385-00-8, 2000
5. El. Wakil,M.M., *Nuclear Heat Transport*, International Texbook Company, 1971
6. Anonim, Laporan Analisis Keselamatan *RSG- GAS*, Revisi 9, Volume 1, Mei 2006
7. Lamarsh,J.R., *Introduction to Nuclear Engineering*, 2nd Edition, Addison-Wesley Publishing Company, Reading Massachusetts, 1982

Lampiran

PERHITUNGAN PERPINDAHAN PANAS SATU DIMENSI PADA PELAT ELEMEN BAKAR RSG-GAS SECARA ANALITIK

Secara analitik atau eksak persamaan Poisson dapat diturunkan untuk menghitung perpindahan panas sebagai berikut:

(1) $$T_s - T_c = q'' \frac{b}{k_c}$$

di mana T_s = suhu sisi luar bahan bakar
T_c = suhu sisi luar kelongsong
q'' = fluks panas
b = tebal kelongsong
k_c = konduktivitas kelongsong

(2) $$T_m - T_s = q'' \frac{a}{2k_f}$$

di mana T_m = suhu bagian tengah bahan bakar
k_f = konduktivitas bahan bakar
a = setengah tebal bahan bakar

(3) $$q'' = h\,(T_c - T_b)$$

di mana h = koefisien perpindahan panas fluida pendingin
T_b= suhu *bulk* pendingin

Dengan memasukkan data untuk q'', a, b, k_c, k_f, dan T_b diperoleh :

T_m = 80,86 ^oC, T_s = 80,02 ^oC dan T_c = 78,85 ^oC.