

---

---

## PENGEMBANGAN PROGRAM PERHITUNGAN DINAMIKA FLUIDA 2D KOORDINAT ORTHOGONAL

Dewanto Saptoadi

Pusat Pengembangan Teknologi Reaktor Riset - BATAN

### ABSTRAK

**PENGEMBANGAN PROGRAM PERHITUNGAN DINAMIKA FLUIDA 2D KOORDINAT ORTHOGONAL.** Perhitungan dinamika fluida numerik merupakan salah satu alat penting dalam keselamatan nuklir. Telah dikembangkan suatu program perhitungan dinamika fluida 2D koordinat orthogonal. Program tersebut merupakan implementasi dari persamaan kekekalan massa, momentum dan energi yang juga dikenal dengan nama persamaan Navier-Stokes. Persamaan Navier-Stokes tersebut diturunkan secara analitis untuk koordinat orthogonal dalam 3 dimensi untuk aliran laminar menggunakan pendekatan Boussinesq. Pemrograman perhitungan dinamika fluida menggunakan bahasa pemrograman Fortran-90. Metoda numerik yang dipergunakan adalah metoda beda-hingga pada grid bertumpuk (*staggered grid*) dengan skema diskretisasi *forward in time and central in space* (FTCS). Skema numerik FTCS tersebut menerapkan metoda *Donor Cell* untuk suku persamaan tak-linear. Penyelesaian persamaan Navier-Stokes mempergunakan metoda numerik semi-implisit, yaitu eksplisit pada perhitungan besaran vektoral fluida, akan tetapi implisit pada perhitungan tekanan fluida. Semua diskretisasi ruang merupakan diskretisasi orde 2 akan tetapi untuk diskretisasi waktu hanya mempergunakan diskretisasi orde 1. Perhitungan persamaan Poisson untuk tekanan fluida mempergunakan metoda iterasi *Successive Over Relaxation* (SOR). Lebih lanjut, program tersebut menerapkan metoda *Marker and Cell* (MAC) untuk perhitungan fluida dengan permukaan terbuka. Uji perhitungan telah dilakukan uji perhitungan pada kondisi terbatas menggunakan program hasil pengembangan ini. Untuk dapat mengetahui hasil perhitungan, diperlukan program visualisasi tambahan yang dapat menampilkan hasil perhitungan pada daerah integrasi. Program perhitungan dinamika fluida yang dikembangkan telah memberikan hasil-hasil awal yang memuaskan.

**Kata kunci:** *Navier-Stokes, Perhitungan Dinamika Fluida, Boussinesq, Marker and Cell.*

### ABSTRACT

**DEVELOPMENT OF 2D FLUID-DYNAMICS CALCULATION CODE IN ORTHOGONAL COORDINATE.** Numerical computational fluid dynamics becomes an important tool in nuclear safety. A code for 2D computational fluid dynamics in orthogonal coordinate has been developed. The code is an implementation of equations for mass, momentum and energy conservation, which is also known as Navier-Stokes equation. The equation is derived analytically in 3D orthogonal coordinate for laminar flow with Boussinesq approximation. The implementation of the program uses Fortran-90 language. Implemented numerical method is finite difference approximation on staggered grid using forward in time and central in space (FTCS) numerical scheme. The used FTCS scheme applies Donor Cell method in discretization of non-linear term. The solution of the Navier-Stokes equation implements semi-implicit method, i.e. explicit in vectored variables and implicit in pressure variable. All discretizations are second order in space but only single order in time. The solution of Poisson pressure equation uses Successive Over Relaxation (SOR) iteration. Moreover the program implements Marker and Cell method to solve open surface fluid. Limited tests have been carried out using the developed CFD code. In order to view the calculation result in the integration domain, additional visualization program is necessary. The developed CFD code has been shown satisfactory preliminary results.

**Key word:** *Computational Fluid Dynamic, Boussinesq, Marker and Cell.*

---

## 1. PENDAHULUAN

Simulasi numerik merupakan salah satu bagian penting dalam keselamatan nuklir. Faktor keselamatan dalam reaktor nuklir lebih ditentukan oleh faktor thermal-hidraulik daripada faktor netronik. Sampai saat ini perhitungan thermal-hidraulik di P2TRR mengandalkan pada program ‘*lump parameter*’ yang dikembangkan berdasarkan persamaan hidraulika 1D beserta persamaan empiris untuk perpindahan bahang. Perhitungan 1D tersebut adalah cepat dan sesuai untuk keperluan praktis sehari-hari. Di sisi lain, hasil perhitungan tersebut tidak dapat memberikan kondisi fluida secara terinci seperti suhu dan kecepatan fluida sebagai fungsi koordinat ruang. Untuk mengetahui kondisi fluida secara rinci diperlukan suatu program perhitungan dinamika fluida (CFD). Perhitungan pada program CFD didasarkan pada persamaan kekekalan masa, momentum dan energi yang juga dikenal dengan persamaan Navier-Stokes untuk aliran laminar dan 1 fase. Pada tulisan ini akan dijabarkan hasil kegiatan pengembangan program dinamika fluida 2D untuk koordinat orthogonal. Program tersebut dikembangkan untuk daerah rektanggular (persegi-panjang) menggunakan grid stagered

Program perhitungan dinamika fluida atau lebih dikenal dengan sebutan CFD adalah suatu program yang berguna untuk menganalisa keadaan fluida pada suatu keadaan tertentu dan pada daerah integrasi yang tertentu yang terbatas. Program perhitungan thermohidraulika menitik beratkan pada dinamika bahang yang dibawa oleh fluida. Sedangkan program dinamika fluida secara khusus menitik beratkan pada kondisi fluida itu sendiri. Titik berat tersebut dengan sendirinya juga akan mempengaruhi sifat-sifat/kondisi/properti yang dibawa oleh fluida tersebut. Hal tersebut dapat dilihat dari kenyataan bahwa banyak program thermohidraulika yang menghitung keadaan fluida dengan satu dimensi akan tetapi menghitung bahang dalam kondisi “dua dimensi”. Perbedaan mendasar lain adalah bahwa pada program thermohidraulika perhitungan dinamika bahang bertumpu pada model empiris, sedangkan pada program CFD selalu bertumpu pada hukum-hukum kekekalan.

Perkembangan penelitian saat ini telah menempatkan perhitungan dinamika fluida pada suatu posisi yang semakin penting. Terutama dalam bidang keselamatan reaktor, perhitungan dinamika fluida menjadi salah bagian penting dinamika perhitungan dinamika fluida digunakan sebagai alat dan landasan untuk membuat model perhitungan thermohidraulika.

Salah satu alasan pengembangan program dinamika fluida ini adalah program perhitungan dinamika fluida yang tersedia secara komersial berharga sangat mahal dan hanya dapat diperoleh berdasarkan lisensi yang berlaku satu tahun. Alasan lain adalah kebutuhan spesifik yang tertentu yang berarti tidak akan mempergunakan seluruh kemampuan yang ada pada program komersial yang berharga mahal tersebut. Hal lain adalah keluwesan dalam penelitian atau pemodelan. Program CFD yang tersedia memiliki keterbatasan dalam keluwesan pengguna untuk mengintegrasikan model yang ingin digunakan atau keluwesan tersebut bisa diperoleh dengan harga ekstra tertentu. Alasan terakhir adalah sebagai sarana yang paling tepat untuk memperoleh dan meningkatkan kemampuan.

Sasaran utama dari kegiatan pengembangan program perhitungan dinamika fluida adalah agar diperoleh program perhitungan dinamika fluida 3D yang dapat digunakan untuk menganalisa dengan lebih teliti keadaan pendingin di RSG-GAS serta menjadi dasar bagi pengembangan lebih lanjut untuk memenuhi kebutuhan penelitian yang tertentu.

## 2. PERSAMAAN NAVIER-STOKES

Persamaan dinamika fluida yang juga dikenal sebagai persamaan Navier-Stokes pada dasarnya terdiri dari persamaan kekekalan massa, persamaan momentum dan persamaan kekekalan energi. Untuk aliran fluida laminar tak-terkompresi dan dengan mempergunakan pendekatan Boussinesq, persamaan Navier-Stokes dapat dituliskan dengan mempergunakan notasi vektor sebagai berikut:

$$\nabla \cdot \bar{u} + \xi \frac{u}{x_1} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left\{ \frac{\partial u_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{u} u_m) + \xi \frac{\bar{u} u}{x_m} \right\} = - \frac{\partial p}{\partial x_m} + \nabla \cdot \underline{\tau} + \rho \beta (T - T_0) g_m$$

$$\rho c \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{u} T) + \xi \frac{\bar{u} T}{x_1} \right\} = \nabla \cdot (\underline{\tau} \bar{u} + \bar{q}) \quad (2)$$

$$m = 1 \dots 3$$

(3)

dimana persamaan (1) adalah kekekalan massa, persamaan (2) adalah kekekalan momentum dan persamaan (3) adalah kekekalan energi, dengan:

- $\bar{u}$  : vektor kecepatan fluida
- $x_m$  : koordinat ruang dengan  $m = 1, 2, 3$
- $t$  : variabel waktu
- $u_m$  : kecepatan fluida ke arah  $m$
- $\rho$  : kerapatan fluida
- $p$  : tekanan fluida
- $\underline{\tau}$  : stress tensor
- $\beta$  : koefisien ekspansi termal
- $c$  : kapasitas panas
- $T$  : suhu fluida
- $\bar{q}$  : vektor fluks panas
- $g_m$  : gaya grafitasi.

Persamaan Navier-Stokes seperti yang disajikan pada persamaan (1) sampai (3) diturunkan secara nalitis dalam tiga dimensi ruang koordinat kotak  $x_1$ ,  $x_2$  dan  $x_3$  dan koordinat silinder. seperti yang terlihat pada Gambar 1(a). Besaran  $\xi$  memiliki nilai 0 atau 1. Apabila  $\xi=0$  maka persamaan (1)-(3) adalah untuk koordinat kotak. Sedangkan apabila  $\xi=1$  persamaan tersebut untuk koordinat silinder.

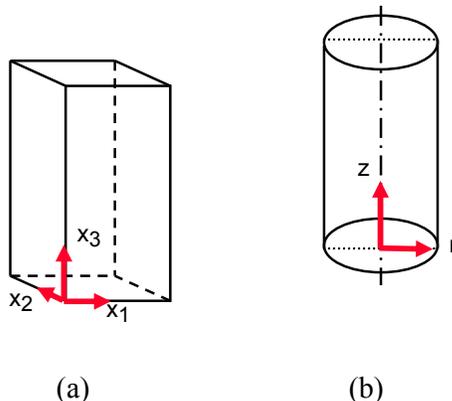
Suku terakhir pada persamaan (2) adalah suku tambahan yang dikenal dengan sebutan pendekatan Boussinesq. Pendekatan Boussinesq ditambahkan pada persamaan kekekalan momentum untuk dapat melakukan perhitungan sirkulasi alam akibat perbedaan suhu. Tensor stress dan vektor fluks panas didefinisikan sebagai:

$$\underline{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{bmatrix} \quad \bar{q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

dengan

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{2}{3} \mu \sum_1^3 \frac{u_k}{x_k} \quad i, j = 1, 2, 3$$

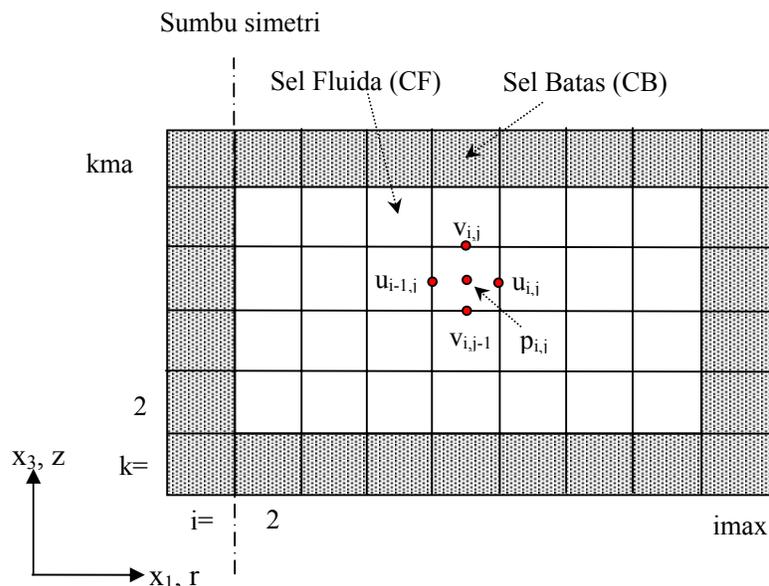
$$q_m = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_m} \quad m = 1, 2, 3 \quad (5)$$



Gambar 1. Daerah integrasi dan sistem koordinat.

### 3. METODA NUMERIK

Pada tahap pertama, persamaan Navier-Stokes 3D diimplementasikan pada program perhitungan dinamika fluida 2D untuk koordinat persegi ( $x_1-x_3$  atau  $x_2-x_3$ ) dan koordinat silinder ( $r-z$ ) yang simetris terhadap sumbu atau *axisymmetry*. Koordinat silinder axisymmetri 2D sesungguhnya dapat dilihat sebagai 3D dimana dimensi ruang ke-3 (rotasi) memiliki nilai yang tetap. Pemrograman dilakukan dengan menggunakan bahasa pemrograman Fortran-90.



Gambar 2. Pembagian sel dan mesh.

### 3.1. Diskretisasi Persamaan Navier-Stokes

Persamaan diferensial yang telah disajikan didiskritisasi dengan metoda beda-hingga (*finite difference*) pada daerah integrasi yang dibagi-bagi ke arah koordinat ( $x_1, r$ ) dan ke arah koordinat ( $x_3, z$ ). Seperti yang terlihat pada Gambar 2, dipergunakan indeks  $i$  untuk indentifikasi sel pada arah koordinat ( $x_1, r$ ) dan indeks  $k$  pada arah koordinat ( $x_3, z$ ). Daerah integrasi tersebut dibagi sebanyak  $imax$  sel ke arah ( $x_1, r$ ) dan sebanyak  $kmax$  sel ke arah ( $x_3, z$ ). Sel-sel pada daerah integrasi tersebut terdiri atas sel fluida dan sel batas yang mengelilingi sel-sel fluida.

Dikenal istilah node yang merupakan perpotongan antara garis pembagi (*mesh*) ke arah ( $x_1, r$ ) dengan pembagi ke arah ( $x_3, z$ ). Tidak seperti perhitungan numerik pada umumnya, besaran perhitungan didefinisikan pada titik-titik node (*colloquial grid*). Besaran-besaran fluida yang akan dihitung didiskritisasi untuk setiap sel perhitungan tersebut. Besaran vektoral seperti kecepatan fluida diletakkan atau didefinisikan pada titik tengah garis mesh untuk suatu sel. Sedangkan besaran skalar seperti suhu dan tekanan didefinisikan pada titik tengah suatu sel. Penyusunan semacam itu dikenal dengan sebutan grid bertumpuk atau *staggered grid*. Penggunaan grid bertumpuk memiliki keunggulan dari segi stabilitas perhitungan dibanding *colloquial grid* [1].

Persamaan Navier-Stokes dituliskan untuk setiap titik perhitungan pada grid perhitungan seperti yang dijelaskan sebelumnya. Diskretisasi waktu suatu besaran  $f$  pada titik ( $i,k$ ) didekati dengan menggunakan *Euler Forward Difference* (EFD) sebagai berikut:

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial t} \right]_{i,k} = \frac{f^{n+1} - f^n}{\Delta t} \quad (6)$$

dimana notasi  $f^n$  adalah nilai besaran  $f$  untuk  $t = n$  dan  $f^{n+1}$  adalah nilai besaran  $f$  untuk  $t=n+1$ . Pendekatan EFD memiliki akurasi yang tidak terlalu baik dengan tingkat *error* atau kesalahan orde 1 untuk perubahan waktu sebesar  $\Delta t$ .

Untuk diskretisasi ruang persamaan differensial linear orde 1 suatu besaran  $f$  pada titik ( $i,k$ ) juga didekati dengan EFD.

$$\left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right]_{i,k} = \frac{f_{i,k} - f_{i-1,k}}{\Delta x} \quad \left[ \frac{\partial f}{\partial z} \right]_{i,k} = \frac{f_{i,k} - f_{i,k-1}}{\Delta z} \quad (7)$$

Dimana notasi  $f_{i,k}$  adalah nilai besaran  $f$  pada titik  $(i,k)$ , notasi  $f_{i-1,k}$  adalah nilai besaran  $f$  untuk titik  $(i-1,k)$ , dst. Notasi  $\Delta x$  dan  $\Delta z$  adalah jarak antara titik  $i$  dan  $i-1$  atau antara titik  $k$  dan  $k-1$ . Seperti yang telah disebutkan sebelumnya, besaran vektoral terdefinisi pada titik di perbatasan antara 2 sel, sedangkan besaran skalar terdefinisi ditengah sel. Persamaan kekekalan momentum merupakan gabungan antara besaran-besaran vektoral dan skalar yang terdefinisi pada titik yang berbeda. Oleh sebab itu akurasi pendekatan diskretisasi ruang dengan EFD tersebut memiliki tingkat kesalahan orde 2 untuk perubahan jarak sebesar  $\frac{1}{2}\Delta x$  atau  $\frac{1}{2}\Delta z$  [1, 3]. Tingkat kesalahan diskretisasi ruang tersebut setara dengan penggunaan *Central Difference* untuk perbedaan jarak  $\Delta x$  atau  $\Delta z$ . Untuk persamaan diferensial linear orde 2 besaran  $f$  adalah sebagai berikut:

$$\left[ \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right]_{i,k} = \frac{f_{i+1,k} - 2f_{i,k} + f_{i-1,k}}{(\Delta x)^2} \quad \left[ \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} \right]_{i,k} = \frac{f_{i,k+1} - 2f_{i,k} + f_{i,k-1}}{(\Delta z)^2} \quad (8)$$

Akibat besaran-besaran yang terdefinisi pada titik yang berbeda di suatu sel, diperlukan interpolasi untuk diskretisasi ruang persamaan differensial tak-linear. Sebagai contoh adalah diskretisasi  $\left[ \frac{\partial(fg)}{\partial x} \right]$  dan  $\left[ \frac{\partial(fg)}{\partial z} \right]$  pada titik  $(i,k)$ . Diasumsikan besaran vektor  $\vec{f}$  adalah besaran ke arah  $x$  dan besaran vektor  $\vec{g}$  ke arah  $z$ . Untuk sel  $(i,k)$  kedua besaran tersebut terdefinisi pada titik yang berbeda dan dengan bantuan interpolasi linear serta dengan menggunakan metoda *Donor Cell* diperoleh:

$$\begin{aligned} \left[ \frac{\partial(fg)}{\partial x} \right]_{i,k} &= \frac{1}{\Delta x} \left[ \frac{(f_{i,k} + f_{i,k+1})(g_{i,k} + g_{i+1,k})}{2} - \frac{(f_{i,k-1} + f_{i,k})(g_{i,k-1} + g_{i+1,k-1})}{2} \right] \\ &\quad + \gamma \frac{1}{\Delta x} \left[ \frac{|f_{i,k} + f_{i,k+1}|(g_{i,k} - g_{i+1,k})}{2} - \frac{|f_{i,k-1} + f_{i,k}|(g_{i,k-1} - g_{i+1,k-1})}{2} \right] \\ \left[ \frac{\partial(fg)}{\partial z} \right]_{i,k} &= \frac{1}{\Delta z} \left[ \frac{(f_{i,k} + f_{i,k+1})(g_{i,k} + g_{i+1,k})}{2} - \frac{(f_{i,k-1} + f_{i,k})(g_{i,k-1} + g_{i+1,k-1})}{2} \right] \\ &\quad + \gamma \frac{1}{\Delta z} \left[ \frac{(f_{i,k} - f_{i,k+1})|g_{i,k} + g_{i+1,k}|}{2} - \frac{(f_{i,k-1} - f_{i,k})|g_{i,k-1} + g_{i+1,k-1}|}{2} \right] \end{aligned} \quad (9)$$

Keseluruhan skema diskretisasi waktu dan ruang tersebut dikenal sebagai *forward in time and center in space* (FTCS) yang menerapkan metoda *Donor Cell*. Parameter  $\gamma$  pada persamaan (9) adalah konstanta donor sel yang memiliki nilai antara 0 dan 1. Apabila  $\gamma = 0$  maka akan diperoleh pendekatan beda-hingga central difference.

Sedangkan apabila  $\gamma = 1$  disebut sebagai diskretisasi donor sel murni. Hirt *et.al.* [4] menyarankan agar nilai parameter  $\gamma$  dipilih sedemikian sehingga

$$\gamma \geq \max \left( \left| \frac{f_{i,k} \Delta t}{\Delta x} \right|, \left| \frac{g_{i,k} \Delta t}{\Delta z} \right| \right) \quad (10)$$

### 3.2. Untai Waktu Perhitungan

Dengan menerapkan diskretisasi yang dibahas pada bagian sebelumnya dan mempergunakan harga tebakan awal untuk  $t = t_0$  dari besaran-besaran yang dihitung, persamaan (1) sampai (3) dilakukan untuk waktu sampai  $t = t_{\text{end}}$ . Dengan mengacu pada persamaan (2), nilai pada  $t = t + \Delta t$  diperoleh sebagai berikut:

$$u_m^{(t+\Delta t)} = u_m^{(t)} - \Delta t \frac{\partial p}{\partial x_m} + \Delta t \left[ \nabla \cdot \underline{\tau} - \rho \left\{ \nabla \cdot (\bar{u} \ u_m) - \xi \frac{\bar{u} \ u}{x_m} \right\} + \rho \beta (T - T_0) g_m \right]^{(t)} \quad (11)$$

Untuk menyederhanaan penulisan maka suku pertama dan suku terakhir pada persamaan (11) dituliskan sebagai  $F_m^{(t)}$  dengan  $m = 1, 2, 3$ . Persamaan (11) dapat disederhanakan menjadi

$$u_m^{(t+\Delta t)} = F_m^{(t)} - \Delta t \frac{\partial p}{\partial x_m} \quad (12)$$

Nilai  $u_m^{(t+\Delta t)}$  saat  $t = t + \Delta t$  bergantung pada nilai  $F_m^{(t)}$  yang terdiri dari suku-suku konvektif, stress dan ekspansi termal saat  $t = t$  dan  $\Delta t \frac{\partial p}{\partial x_m}$  yang merupakan perubahan tekanan fluida saat  $t = t + \Delta t$ .

### 3.3. Persamaan Poisson Untuk Tekanan

Untuk memperoleh nilai  $u_m^{(t+\Delta t)}$  saat  $t = t + \Delta t$  harus terlebih dahulu dihitung perubahan tekanan saat  $t = t + \Delta t$ . Perubahan tekanan tersebut dapat dengan mensubstitusikan persamaan kekal massa pada persamaan (12) dan diperoleh

$$\sum_{m=1}^3 \frac{\partial^2 p^{(t+\Delta t)}}{\partial x_m^2} = \frac{1}{\Delta t} \sum_{m=1}^3 \frac{\partial F_m^{(t)}}{\partial x_m} \quad (13)$$

Persamaan (13) tersebut dikenal sebagai persamaan Poisson untuk tekanan fluida. Diskretisasi persamaan Poisson mempergunakan diskretisasi yang sudah dibahas sebelumnya. Persamaan Poisson merupakan persoalan dengan syarat batas yang diselesaikan secara iterasi mempergunakan *Metoda Successive Over Relaxation (SOR)*. Setelah diperoleh nilai perubahan tekanan untuk setiap sel di seluruh daerah integrasi,

---

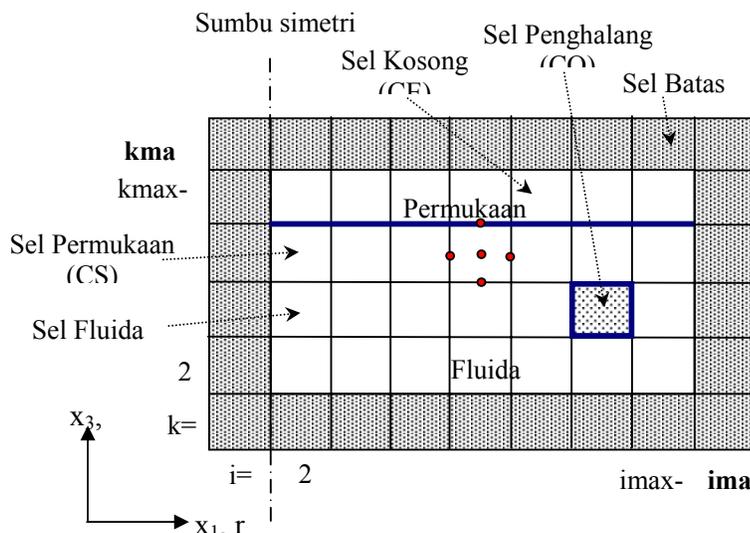
maka akan diperoleh nilai  $u_m^{(t+\Delta t)}$  pada waktu  $t = t + \Delta t$ . Perhitungan dapat diulang lagi untuk menghitung nilai besaran-besaran pada waktu  $t = t + 2\Delta t$ . Perhitungan akan dihentikan apabila  $t \geq t_{\text{end}}$ .

### 3.4. Metoda Marker and Cell

Metoda penyelesaian yang dibahas sebelumnya hanya dapat diterapkan untuk suatu daerah integrasi yang keseluruhannya terdiri atas 1 komponen fluida, misalnya air atau udara. Apabila di daerah integrasi tersebut terdapat dua komponen fluida, seperti misalnya fluida dengan permukaan terbuka, maka metoda tersebut akan gagal atau akan memberikan suatu hasil yang tidak memiliki arti fisis sama sekali.

Agar program yang dikembangkan dapat digunakan untuk melakukan perhitungan fluida dengan permukaan terbuka yang dinamis, diperlukan suatu metoda tambahan yang dapat mengetahui posisi dan bentuk permukaan fluida tersebut. Metoda yang diterapkan pada program ini adalah metoda *Marker and Cell* (MAC). Pada dasarnya metoda MAC adalah suatu metoda tambahan yang menginjeksikan sejumlah partikel tak bermassa ke dalam fluida di daerah integrasi. Partikel yang ditambahkan tersebut mengalir bersama fluida yang ditinjau. Posisi dan keadaan setiap partikel tersebut selalu dilacak pada setiap tahapan perhitungan. Hal ini diperlukan untuk mengetahui apakah partikel tersebut melewati batas daerah integrasi atau masih mengalir bersama fluida yang ditinjau. Pembahasan lebih rinci mengenai metoda MAC dapat dilihat dalam pustaka [5] dan [6].

Selain penambahan partikel tak bermassa sebagai penanda, ditambahkan juga suatu identifikasi yang dapat membedakan jenis sel perhitungan. Sebelum penambahan MAC, hanya terdapat dua jenis sel di daerah integrasi domain, yaitu sel yang berisi fluida (CF) dan sel batas daerah integrasi (CB). Dengan adanya permukaan fluida di daerah integrasi domain maka terdapat juga sel yang berisi udara atau sel kosong (CE) dan sel yang menjadi batas antar fluida dan udara atau sel permukaan (CS). Lebih lanjut sel permukaan asih harus dibedakan lagi menjadi beberapa jenis sel permukaan untuk menandai orientasi sel permukaan tersebut dalam diensi ruang, yaitu apakah permukaan fluida tersebut menghadap ke atas, ke kiri, ke kanan, ke bawah dan selanjutnya.



**Gambar 3. Pembagian sel dan mesh pada penerapan metode MAC.**

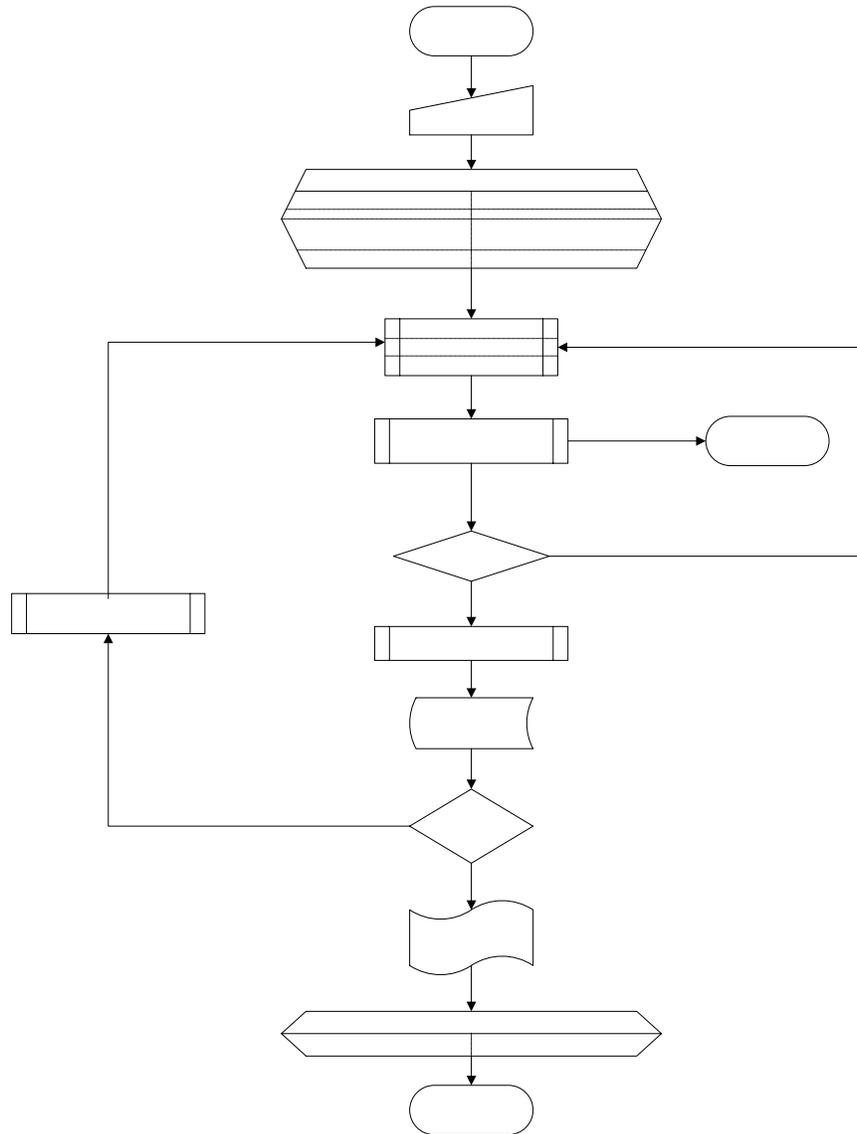
Dengan adanya kebutuhan akan penanda sel, maka definisi penanda sel dapat diperluas sesuai kebutuhan yang berkembang. Salah satunya adalah apabila dilakukan suatu perhitungan fluida di daerah integrasi dengan suatu penghalang di daerah fluida. Maka sel tersebut dapat diberi tanda sebagai suatu sel penghalang (CO) yang lebih lanjut juga dibedakan atas beberapa tanda sel penghalang sesuai orientasi ruangnya.

### 3.5. Rangkuman Perhitungan Persamaan Navier-Stokes

Dari pembahasan pada bagian-bagian sebelumnya, prosedur perhitungan untuk menyelesaikan persamaan Navier-Stokes dapat dikatakan bahwa metoda penyelesaian tersebut dapat digolongkan dalam metoda semi implisit, yaitu eksplisit dalam perhitungan besaran vektoral fluida dan implisit dalam penyelesaian tekanan fluida. Pembahasan pada bagian tersebut hanya menjabarkan prinsip-prinsip pokok yang diterapkan pada program perhitungan dinamika fluida. Selain itu masih diperlukan juga suatu rutin yang bertugas untuk menghitung properti fluida, menuliskan hasil perhitungan dan sebagainya. Prosedur penyelesaian tersebut dapat digambarkan dalam suatu diagram alir seperti yang terlihat pada Gambar 3.

Hasil perhitungan program dinamika fluida hanyalah nilai besaran-besaran fluida untuk setiap titik di daerah integrasi. Program yang dikembangkan dapat menampilkan hasil akhir perhitungan saja atau hasil perhitungan pada setiap selang waktu tertentu.

Bergantung pada ketelitian perhitungan yang dilakukan, jumlah sel perhitungan, pilihan hasil keluaran dan waktu perhitungan, maka keluaran program tersebut dapat berkisar mulai beberapa kilobyte sampai beberapa ratus megabyte. Untuk dapat melihat hasil perhitungan tersebut masih diperlukan program tambahan yang dapat menampilkan dalam bentuk gambar kontur setiap besaran hasil perhitungan, misalnya TECPLOT, FIELDVIEW dan sebagainya.

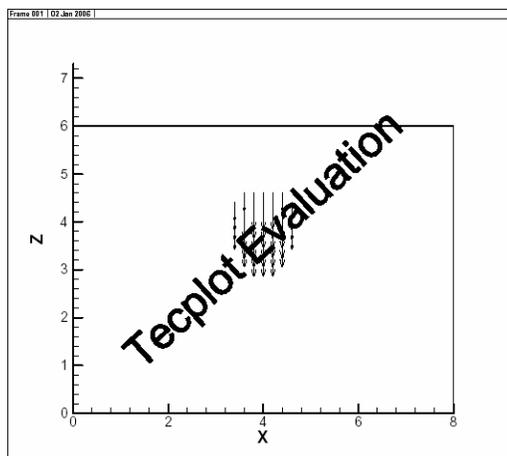


**Gambar 3. Diagram alir perhitungan dinamika fluida.**

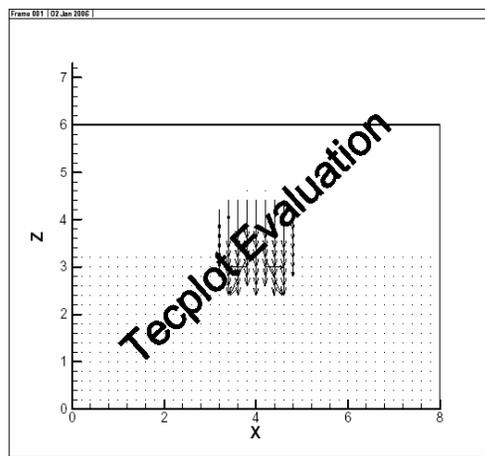
#### 4. HASIL-HASIL UJI PERHITUNGAN

Untuk mengetahui unjuk kerja program yang dikembangkan dilakukan beberapa uji terbatas. Uji yang dilakukan adalah untuk memberi penilaian secara kualitatif akan kemampuan program yang dikembangkan serta metoda numerik yang diterapkan.

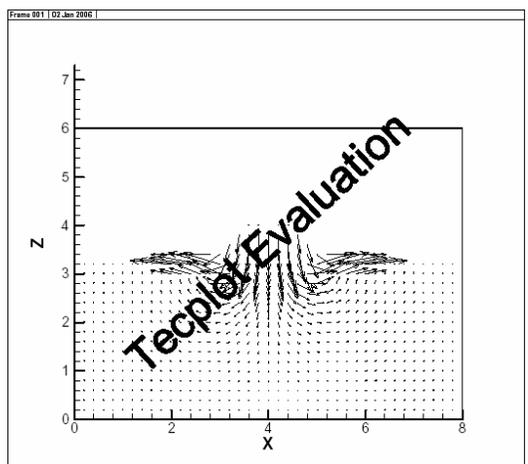
Salah satu kasus uji perhitungan adalah perhitungan dengan permukaan terbuka. Kasus tersebut mensimulasikan suatu tetesan fluida yang jatuh pada wadah yang berisi fluida. Hasil perhitungan kasus uji tersebut sebagai fungsi waktu dapat dilihat pada Gambar 4. Terlihat, program yang dikembangkan mampu mensimulasikan bentuk permukaan fluida yang berubah akibat tertimpa tetesan fluida tersebut .



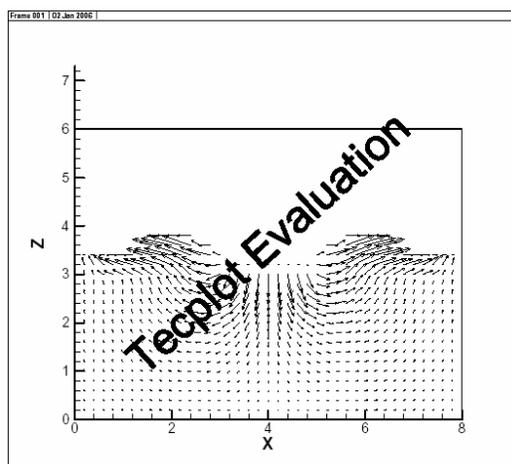
(a)



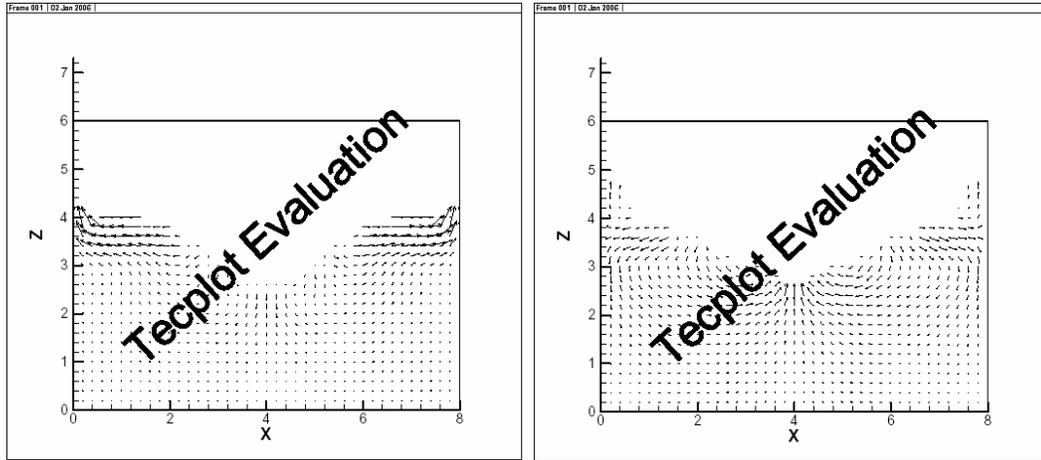
(b)



(c)



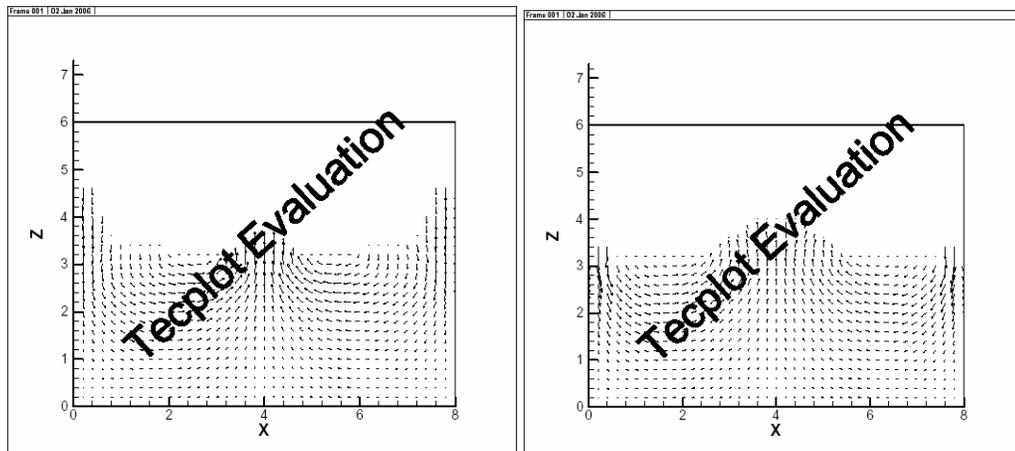
(d)



(e)

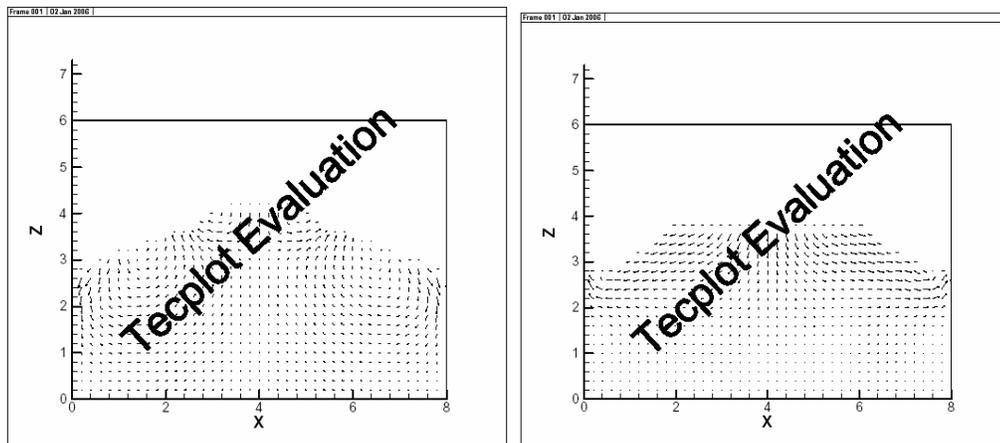
(f)

Gambar 4. Hasil simulasi tetesan fluida sebagai fungsi waktu.



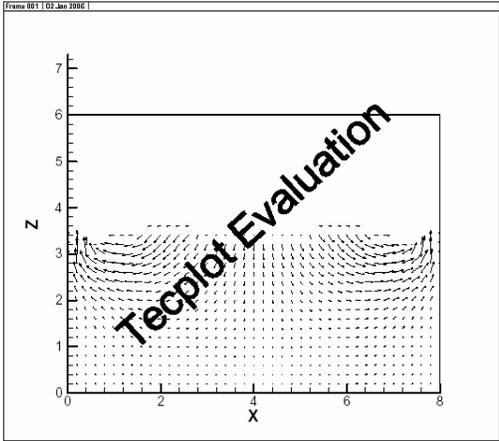
(g)

(h)

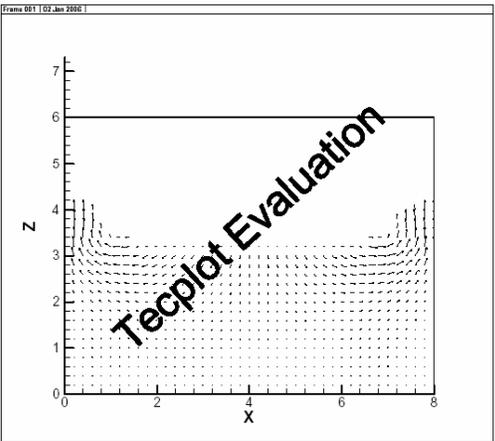


(i)

(j)

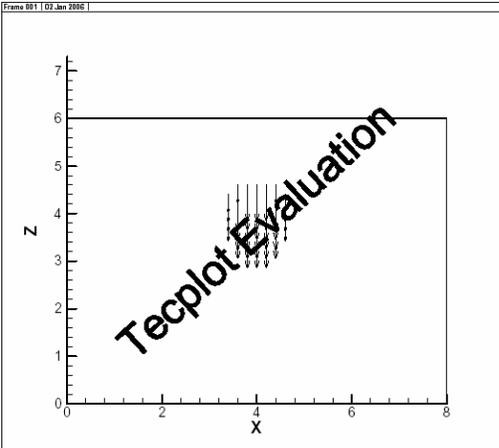


(k)

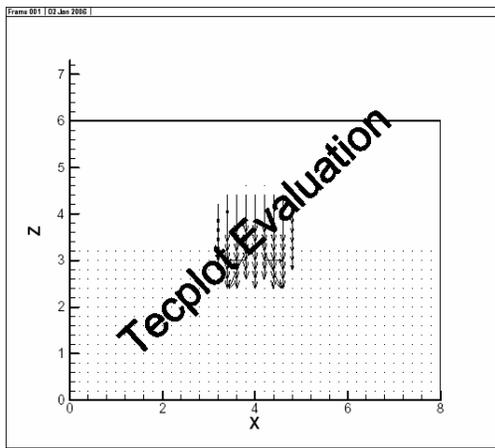


(l)

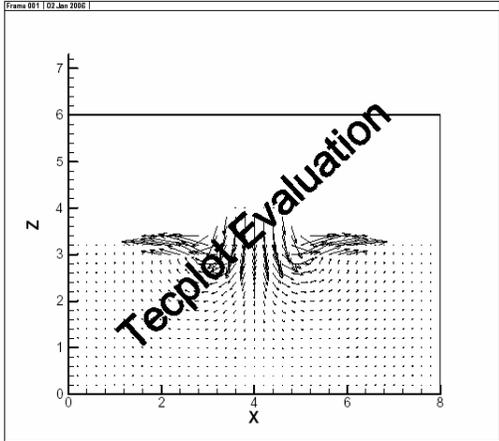
Gambar 4. Hasil simulasi tetesan fluida sebagai fungsi waktu (lanjutan).



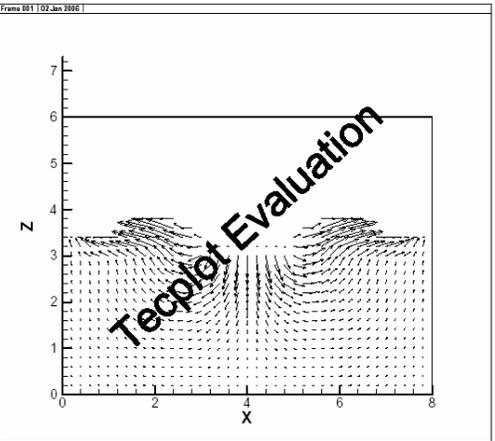
(m)



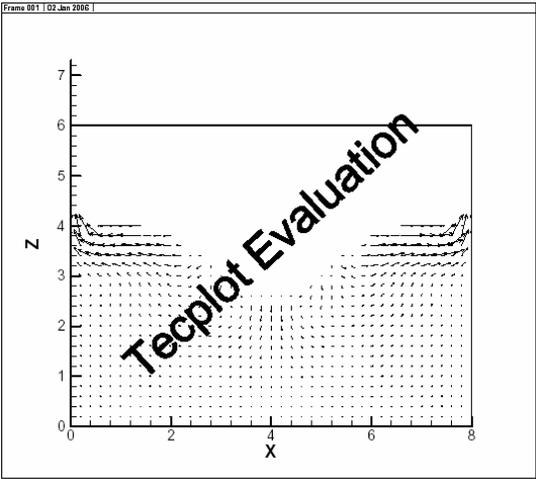
(n)



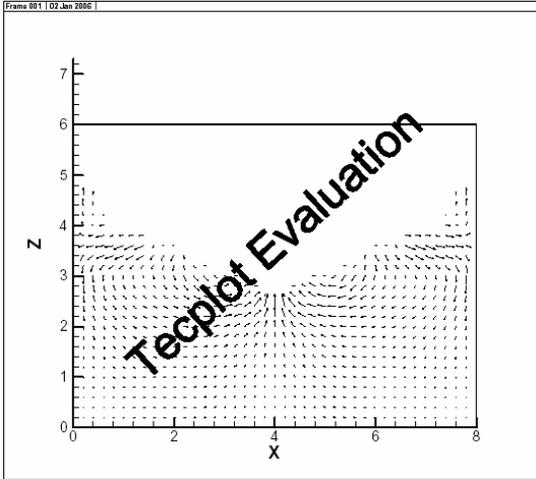
(o)



(p)

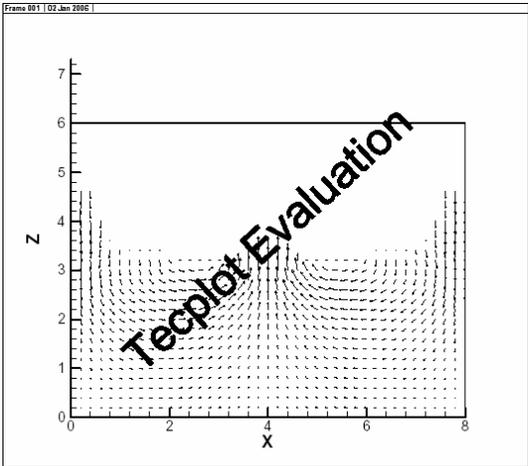


(q)

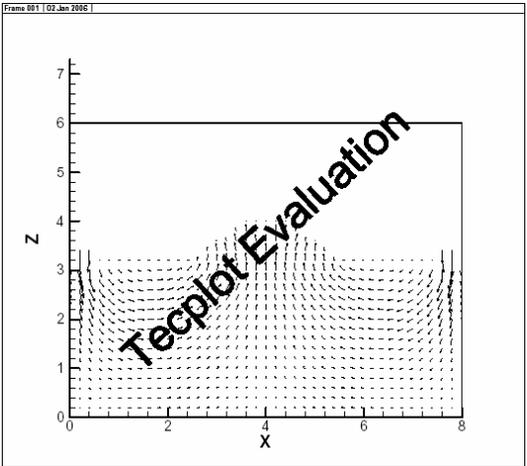


(r)

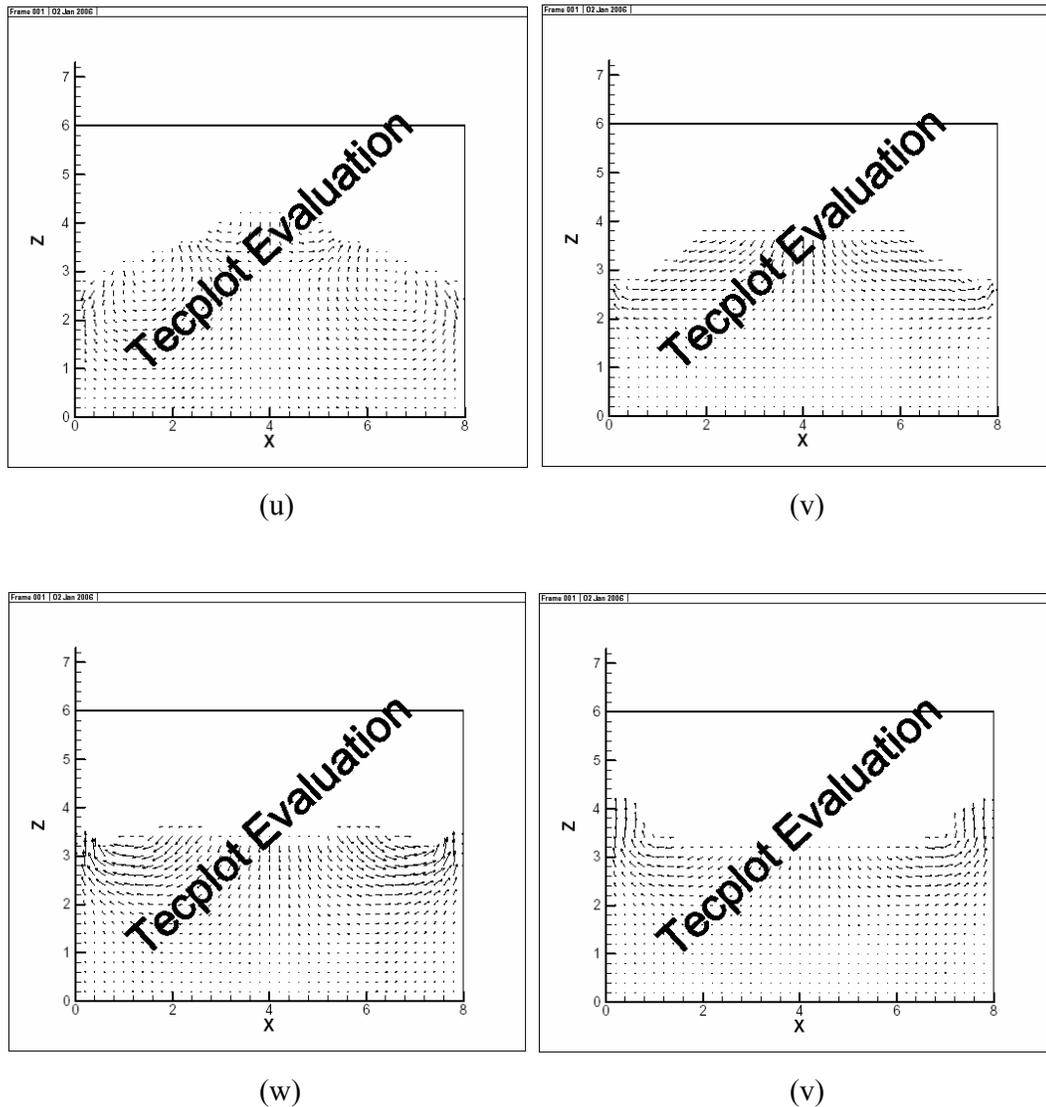
Gambar 4. Hasil simulasi tetesan fluida sebagai fungsi waktu (lanjutan).



(s)



(t)



Gambar 4. Hasil simulasi tetesan fluida sebagai fungsi waktu (lanjutan).

## 5. KESIMPULAN

Metoda numerik yang diterapkan pada pengembangan program perhitungan dinamika fluida telah menunjukkan hasil yang baik secara kualitatif pada uji perhitungan yang dilakukan. Masih diperlukan pengujian lebih lanjut untuk mengetahui unjuk-kerja program secara kuantitatif dengan mensimulaikan suatu hasil eksperimen.

---

---

## PUSAKA

1. P.J. Roache, *Fundamental of Computational Fluid Dynamics*. Hermosa Publishers, Albuquerque-New Mexico-USA, 1998.
2. K.A. Hoffman and S.T. Chiang, *Computational Fluid Dynamics 3<sup>rd</sup> Ed. Vol. I*. A Publication of Engineering Education System, Wichita, Kansas-USA, 1998.
3. M. Griebel, T. Dornseifer und T. Neunhoefffer, *Numerische Simulation in der Strömungsmechanik*. Vieweg Verlag, Braunschweig-Germany, 1995.
4. C. Hirt, B. Nichols and N. Romeo, *SOLA – A Numerical Solution for Transient Fluid Flows*. Los Alamos Scientific Lab. Rep. LA-5852, 1975.
5. Amsden and Harlow, A Simplified MAC Technique for Incompressible Fluid Flow Calculations. *Journal of Computational Physics*, 6, 322-325, 1970.
6. Amsden and Harlow, *The SMAC Method: A Numerical Technique for Calculating Incompressible Fluid Flow*. Los Alamos Scientific Lab. Rep. LA-4370, 1970.