

PEMODELAN IONOGRAM MENGGUNAKAN METODE SPLINE KUBIK

Slamet Syamsudin

Pusat Sains Antariksa Lapan, Jl. Dr Junjuran No. 133, Bandung
email : slamet_syamsudin@rocketmail.com

Abstract

Ionosfer is a part of the earth atmosphere is an influenced layer at radio wave web which is now become an interesting topic at communication system. Some efforts were done by modeling action from ionosphere layer variability as a time function, location, and weather solar. The main reason of ionogram model to get some essential parameters from ionosphere layer f_oF_2 , f_oF_1 , f_oE and f_oE_s on $f'(f)$ curve form. Then this curve model can be used to determine frequency profile at the real height of ionosphere and to count electron density, TEC [1]. Frequency data at height is stated on ionogram form which is obtained from ionosonde equipment, It is tabulated on 2 dimension $h'(f)$ graphic form which is state the relation between frequency (f) and unreal height (h') at ionosphere D, E, F_1 , F_2 ionosphere. Therefore the relation between unreal height and frequency was not defined on mathematical equation, so this graphic is arrived by a cubic spline function, so ionogram can be stated by a cubic spline function is derived by dividing these ionograms to become ionogram subs on frequency sub interval form. By using cubic spline function frequency at height at every interval frequency. On this paper is given frequency sub interval ($\Delta f = 0.2$ Mhz). The counting result by using ionosphere data at september 2006 from space station in Sumedang which was derived cubic spline function model for every ionosphere layers.

Keywords : Modeling, Ionogram, Kubik spline.

Abstrak

Ionosfer adalah bagian dari atmosfer bumi yang merupakan lapisan yang sangat berpengaruh pada penjalaran gelombang radio sampai saat ini menjadi topik yang menarik pada sistem komunikasi. Berbagai usaha telah dilakukan untuk memodelkan perilaku dari variabilitas lapisan ionosfer, antara lain sebagai fungsi waktu, lokasi dan aktivitas matahari. Tujuan utama dari pemodelan ionogram adalah mendapatkan model sejumlah parameter penting dari lapisan ionosfer yaitu f_oF_2 , f_oF_1 , f_oE dan f_oE_s dalam bentuk kurva $h'(f)$. Selanjutnya bentuk pemodelan kurva ini dapat digunakan untuk menentukan profil frekuensi terhadap ketinggian sebenarnya lapisan ionosfer dan menghitung kerapatan elektron (TEC0 [1]). Data frekuensi terhadap ketinggian dinyatakan dalam bentuk ionogram yang diperoleh dari peralatan ionosonde, ditabulasi dalam bentuk grafik dua dimensi $h'(f)$ yang menyatakan hubungan antara frekuensi (f) dan ketinggian semu (h') pada lapisan D, E, F_1 , F_2 ionosfer. Oleh karena hubungan antara ketinggian semu dan frekuensi belum terdefinisi dalam persamaan matematik, maka grafik tersebut dihipotesis dengan suatu fungsi spline kubik, sehingga ionogram dapat dinyatakan dengan suatu fungsi spline kubik yang diturunkan dengan cara membagi ionogram tersebut menjadi sub-sub ionogram dalam bentuk sub interval frekuensi. Dengan menggunakan metode spline kubik dapat diperoleh fungsi spline kubik berupa frekuensi terhadap ketinggian pada setiap interval frekuensi. Dalam makalah ini diambil sub interval frekuensi $\Delta f = 0.2$ Mhz. Hasil perhitungan dengan menggunakan data ionosfer untuk bulan September 2006 dari stasiun pengamat dirgantara Sumedang telah diperoleh model fungsi spline kubik untuk setiap lapisan ionosfer.

Kata kunci : Pemodelan, Ionogram, Spline kubik.

1. PENDAHULUAN

Bahwa penyimpanan data ionogram cukup besar dan berkembang sesuai dengan bertambahnya waktu, maka dengan membuat pemodelan ionogram diharapkan penggunaan ionogram untuk keperluan penelitian ionosfer akan lebih mudah. Dipilihnya metode spline kubik karena bentuk matematis yang sebenarnya dari pola ionogram tidak diketahui dan jarang data. Bila sekumpulan data memenuhi kedua persyaratan tersebut, maka pemakaian spline kubik untuk interpolasi lebih menguntungkan dari polinom [2]. Disamping itu besaran fisis menuntut "smoothness" dalam bentuk fungsinya, dengan metode spline kubik tuntutan tersebut selalu dipenuhi. Adapun langkah langkah pemodelan sebagai berikut

Gambar yang dihasilkan oleh ionosonde, suatu alat berupa pulsa radar yang bisa menggali frekuensi ionosfer pada lebar pita dari 1 MHz-25 MHz disebut ionogram, yang menunjukkan adanya hubungan antara frekuensi dan ketinggian semu. yang dinyatakan dengan $h'(f)$. Kemudian kurva ionogram $h'(f)$ dapat dimodelkan sebagai fungsi spline kubik dengan cara membagi ionogram tersebut atas beberapa selang bagian, fungsi spline kubik ini dikonstruksikan berdasarkan selang bagian tersebut diatas. Fungsi spline kubik yang terbentuk ini menggambarkan profil ionogram dengan kesalahan yang signifikan. Untuk mengetahui kualitas fungsi yang terbentuk dilakukan analisa kesalahan yang diturunkan dari distribusi kesalahan. Telah dilakukan analisa tersebut dengan menggunakan data ionosonde dari stasiun pengamat dirgantara Sumedang.

2. ANALISA PERHITUNGAN

2.1 Fungsi Spline Kubik

Data ionogram pada interval $[a,b]$ dibagi atas $n+1$ titik yaitu $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$ diperoleh n sub interval yang terdiri dari selang bagian (spline):

$$[x_0, x_1], [x_1, x_2], \dots, [x_{n-1}, x_n] \quad (1)$$

setiap sub interval $i = 1, 2, 3, \dots, n$ didekati dengan fungsi

$$a_i x^3 + b_i x^2 + c_i x + d_i = f_i \quad (2)$$

harga f_i diketahui pada setiap titik $x_i, i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$. Persyaratan yang harus dipenuhi oleh fungsi pada setiap sub interval adalah sebagai berikut

1. $f_1 = f_2$ dititik $x_1, f_2 = f_3$ dititik $x_2, f_3 = f_4$ dititik $x_3, \dots, f_{n-1} = f_n$ dititik x_{n-1}

sehingga diperoleh sistem persamaan berikut.

$$\begin{aligned} a_1 x^3 + b_1 x^2 + c_1 x + d_1 &= f_1 \\ a_2 x^3 + b_2 x^2 + c_2 x + d_2 &= f_2 \\ a_3 x^3 + b_3 x^2 + c_3 x + d_3 &= f_2 \\ &\vdots \\ a_{n-1} x^3 + b_{n-1} x^2 + c_{n-1} x + d_{n-1} &= f_{n-1} \\ a_n x^3 + b_n x^2 + c_n x + d_n &= f_n \end{aligned} \quad (3)$$

Dalam bentuk matrik ditulis sebagai berikut

4. Turunan kedua fungsi harus memenuhi persamaan berikut yaitu $f_1'' = f_2''$ di titik $x_1, f_2'' = f_2''$, di titik x_2, \dots , dan $f_{n-1}'' = f_n''$ di titik x_{n-1} , selanjutnya menghasilkan sistem persamaan yaitu;

$$\begin{aligned} 6a_1x_1 + 2b_1 + 0c_1 + 0d_1 &= 6a_2x_1 + 2b_2 + 0c_2 + 0d_2 \\ 6a_2x_2 + 2b_2 + 0c_2 + 0d_2 &= 6a_3x_2 + 2b_3 + 0c_3 + 0d_3 \\ 6a_3x_3 + 2b_3 + 0c_3 + 0d_3 &= 6a_4x_3 + 2b_4 + 0c_4 + 0d_4 \\ &\vdots \\ 6a_{n-1}x_{n-1} + 2b_{n-1} + 0c_{n-1} + 0d_{n-1} &= 6a_nx_{n-1} + 2b_n + 0c_n + 0d_n \end{aligned} \quad (7)$$

Persamaan (7) dalam bentuk matrik ditulis sebagai berikut

$$\begin{bmatrix} 6x_1 & 2 & 0 & 0 & -6x_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 6x_2 & 2 & 0 & 0 & -6x_2 & -2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6x_3 & 2 & 0 & 0 & -6x_3 & -2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6x_4 & 2 & 0 & 0 & 0 & -6x_4 & -2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & & & & & & & & & & & & & & \\ 0 & \dots & & & & & & & & & & & & & & & & 0 & 6x_{n-1} & 2 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ b \\ c \\ d \\ \vdots \\ a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

5. Turunkan kedua fungsi f pada titik x_0 dan x_n harus sama dengan nol yaitu $f'(x_0) = 0$ dan $f'(x_n) = 0$

2.2 Pembagian Interval Ionogram

Penentuan besar Δf memegang peranan cukup penting dalam mengevaluasi persamaan (4) diatas karena ini menyangkut ketelitian dan waktu komputasi. Untuk Δf yang kecil akan menghasilkan ketelitian yang tinggi tetapi akan menyebabkan waktu komputasi yang tinggi karena semakin banyak iterasi yang dilakukan oleh komputer. Untuk menghemat waktu komputasi biasanya harga Δf diambil antara 0.1 MHz sampai 0.5 MHz dan pemilihan Δf yang besar dilakukan pada ionogram yang mendekati fungsi linier. Dalam pengolahan data ionosonde telah diambil harga $\Delta f = 0.2$ MHz mengingat harga tersebut banyak dipakai untuk ionogram semilog. Input data dalam mengevaluasi

persamaan (7) diatas adalah yang dibaca dari hasil scalling pada data ionogram. Disamping itu dibutuhkan pula data medan magnit bumi dan sudut inklinasi kota Sumedang yaitu masing-masing 0.555 gauss dan 32.60. Kedua data ini dibutuhkan untuk menghitung indeks bias, karena perhitungan yang dilakukan hanya sampai ketinggian 400 - 500 km, dengan demikian sudut inklinasi dan medan magnit bumi dianggap konstan. Interpolasi data ionogram dilakukan untuk menyeragamkan agar ketinggian semu dapat terbaca pada harga $\Delta f = 0.2$ MHz dan untuk hal ini digunakan metoda spline kubik atau kuadrat spline yang akan dibahas berikut ini.

2.3 Fungsi Primitif

Secara umum setiap baris matrik sistem persamaan fungsi primitif spline kubik dibentuk oleh empat elemen harga $x^3, x^2, x, 1$ dengan x adalah titik interior. Cara pengisiannya sebagai berikut yaitu setiap pasang baris ke i dan $i+1$ empat kolom berurutan yaitu kolom ke $k, k+1, k+2, k+3$ dan, di isi oleh harga titik interior ke j , i adalah bilangan bulat, hubungan antara i dan j adalah jika i bilangan genap maka $j = i \div 2$, sebaliknya dengan $j = (i \div 2) + 1$, dengan \div adalah operator pembagian bilangan bulat. Rincian pengisian elemen matrik pada setiap baris dan kolom (Tabel 1) terkait dapat dijelaskan melalui tabel berikut.

Tabel 1 : Elemen matrik pada setiap baris dan kolom.

Baris	Kolom	Titik interior	Fungsi pengisi	Harga elemen matrik perkolom
1	1... 4	x_1	f_1	$x_1^3, x_1^2, x_1, 1$
2	5... 8	x_1	f_1	$x_1^3, x_1^2, x_1, 1$
3	5... 8	x_2	f_2	$x_2^3, x_2^2, x_2, 1$
4	9... 12	x_2	f_2	$x_2^3, x_2^2, x_2, 1$
5	9... 12	x_3	f_3	$x_3^3, x_3^2, x_3, 1$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
2k	2k+1... 4k+4	x_k	f_k	$x_k^3, x_k^2, x_k, 1$
2k+1	2k+1... 4k+4	x_{k+1}	f_{k+1}	$x_{k+1}^3, x_{k+1}^2, x_{k+1}, 1$

Dari rincian matrik ini terlihat bahwa sistem persamaan yang dihasilkan dari fungsi primitif spline kubik adalah sebanyak $2n-2$ persamaan dari n interval yang digunakan dan masing-masing interval didekati oleh fungsi spline kubik dengan koefisien yang berbeda. Empat kolom pertama pada baris pertama diisi oleh fungsi spline kubik yang didefinisikan pada interval pertama dengan menggunakan titik interior x_1 dan pada baris ke $2n-2$, empat kolom terakhir matrik sistem persamaan diisi oleh fungsi spline kubik yang didefinisikan pada interval ke- n dengan menggunakan titik interior ke x_{n-1} .

Untuk baris lainnya dari matrik sistem persamaan secara berpasangan yaitu baris urutan pengisian kolom matrik secara berurutan dimulai dari kolom ke 5 ... 8, 9 ... 12, ..., dan $4n-7$... $4n-4$ dan perbedaan pertambahan indeks awal pengisian kolom pada matrik sistem persamaan adalah empat yaitu sebanyak koefisien fungsi kubik.

2.4 Fungsi Turunan

Pada kasus turunan pertama fungsi primitif setiap baris di isi enam kolom nya elemen yaitu kolom ke- k , $k+1$, $k+2$ di isi oleh $3x^2, 2x, 1$. Kolom ke $k+3$ diisi oleh bilangan nol, tiga kolom berikutnya yaitu kolom ke- $k+4$, $k+5$, $k+6$ di isi oleh $-3x^2, -2x, -1$ Rincian lengkapnya dapat dilihat pada (Tabel 2) berikut.

Tabel 2 : Elemen matrik pada setiap baris dan kolom

Baris	Kolom	Fungsi	Titik interior	Harga elemen matrik perkolom
1	1...3	f_1'	x_1	$3x_1^2, 2x_1, 1$
1	4	-	-	0
1	5...7	-	-	$-3x_1^2, -2x_1, -1$
1	8	f_2'	x_1	0
2	9...11	-	-	$3x_2^2, 2x_2, 1$
2	12	f_2'	x_2	0
2	⋮	-	-	$-3x_2^2, -2x_2, -1$
2	$4k-3 \dots 4k-1$	f_3'	x_2	0
⋮	$4k$			

K	$4k+1 \dots 4k+3$	-	-	\vdots
K	$4k+4$	\vdots	\vdots	$3x_k^2, 2x_k, 1$
K	\vdots	f'_k	x_k	0
K	$4n-7 \dots 4n-5$	-	-	$-3x_k^2, -2x_k, -1$
\vdots	$4n-4$	\vdots	\vdots	0
n-1	$4n-3 \dots 4n-1$	f'_{k+1}	x_k	\vdots
n-1	$4n$	-	-	$3x_{n-1}^2, 2x_{n-1}, 1$
n-1		f'_{n-1}	\vdots	0
n-1		-	x_{n-1}	$-3x_{n-1}^2, -2x_{n-1}, -1$
n-1		f'_n	-	0
			x_{n-1}	

Perbedaan indeks pengisian kolom untuk dua baris yang berurutan adalah 4 yaitu sebanyak koefisien fungsi primitifnya, oleh karena sistem persamaan koefisien fungsi hampiran adalah dengan mengkonkatenasi kolom-kolom yang sama matrik sistem persamaan fungsi primitif, fungsi turunan pertama dan fungsi turunan kedua. Untuk fungsi turunan kedua mekanisme pengisian sistem persamaan setiap barisnya adalah enam kolom secara berurutan yang diisi oleh $6x$, 2 dipisahkan oleh dua bilangan nol dilanjutkan dengan harga $-6x, -2$. Selanjutnya rincian matrik sistem persamaan untuk turunan kedua adalah sebagai berikut.

Tabel 3 : Elemen matrik pada setiap baris dan kolom

Baris	Kolom	Fungsi	Titik interior	Harga elemen matrik per kolom
1	1,2	f'_1	x_1	$6x_1, 2$
1	3,4	-	-	0,0
1	5,6	$-f'_2$	x_1	$-6x_1, -2$
1	7,8	-	-	0,0
2	5,6	-	-	$6x_2, 2$
2	7,8	f'_2	x_2	0,0
2	9,10	-	-	$-6x_2, -2$
2	11,12	$-f'_3$	x_2	0,0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
K	$4k-3, 4k-2$	-	-	$6x_k, 2$
K	$4k-1, 4k$	\vdots	\vdots	0,0
K	$4k+1, 4k+2$	f'_k	x_k	$-6x_k, -2$
K	$4k+3, 4k+4$	-	-	0,0
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n-1	$4n-7, 4n-6$	f'_{k+1}	x_k	\vdots
n-1	$4n-5, 4n-4$	-	-	$6x_{n-1}, 2$
n-1	$4n-4, 4n-2$	\vdots	\vdots	0,0
n-1	$4-2, 4n-1$	f'_{n-1}	x_{n-1}	$-6x_{n-1}, -2$
			-	0,0

		f'_n	X_{n-1}	
--	--	--------	-----------	--

Dari rincian matrik sistim persamaan diatas terlihat bahwa setiap baris ke- i berkaitan dengan interior ke-i, dan tiap barisnya berkaitan dengan dua fungsi turunan pada dua interval yang berurutan, hal ini berkaitan dengan pernyataan 4 yang diberikan diatas. Banyak kolom yang digunakan pada setiap barisnya oleh kedua fungsi turunan ini adalah 8., hal ini berkaitan dengan koefisien fungsi primitifnya karena system persamaan fungsi turunan dan primitip . Selanjutnya dikonkatenasi pada kolom yang sama untuk membentuk system persamaan.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Dengan menggunakan data frekuensi masing-masing lapisan ionosfer pada bulan September 2006 dari stasiun pengamat dirgantara Sumedang maka diperoleh fungsi spline kubik untuk interval tertentu dengan $\Delta f = 0.2$ MHz, dan selisih dua titik hampiran yang berurutan pada interval tersebut cukup kecil pada perhitungan ini diambil 0.01 MHz.dengan simpangan yang signifikan seperti pada gambar 1, gambar 2 dan gambar 3. Hasilnya sebagai berikut:

Fungsi kubik spline lapisan E

[1.99,2.19] fungsi : $(-245.385 \cdot \text{power}(Xh-1.99,3)/1.20) + 440.00 \cdot (2.19 - Xh) + 493.18 \cdot (Xh - 1.99)$,

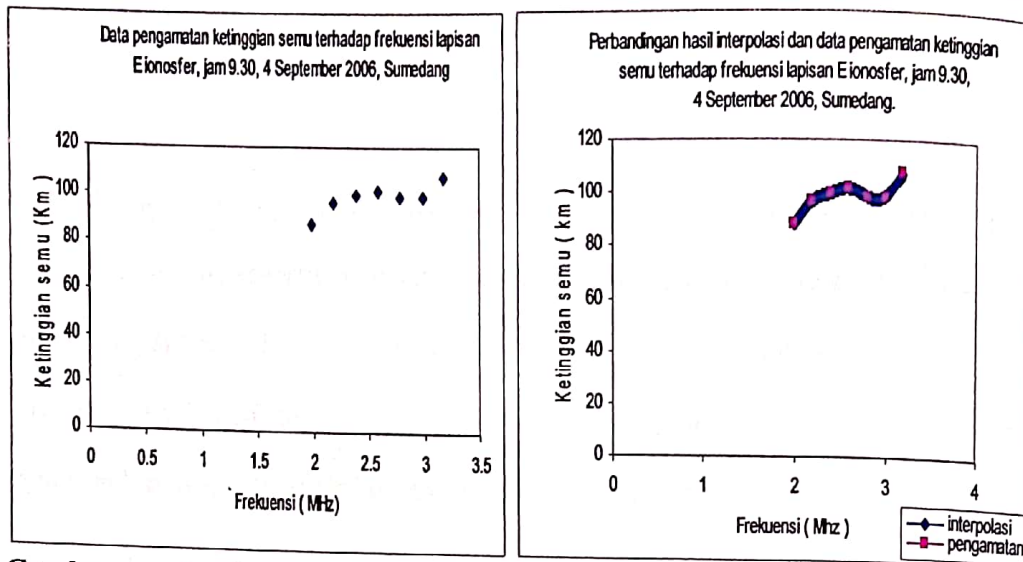
[2.19,2.39] fungsi : $(-245.385 \cdot \text{power}(2.39 - Xh,3)/1.20) + (81.538 \cdot \text{power}(Xh - 2.19,3)/1.20) + 493.18 \cdot (2.39 - Xh) + 497.28 \cdot (Xh - 2.19)$,

[2.39,2.59] fungsi : $(81.538 \cdot \text{power}(2.59 - Xh,3)/1.20) + (230.769 \cdot \text{power}(Xh - 2.39,3)/1.20) + 497.28 \cdot (2.59 - Xh) + 517.69 \cdot (Xh - 2.39)$,

[2.59,2.79] fungsi : $(-230.769 \cdot \text{power}(2.79 - Xh,3)/1.20) + (91.538 \cdot \text{power}(Xh - 2.59,3)/1.20) + 517.69 \cdot (2.79 - Xh) + 491.95 \cdot (Xh - 2.59)$,

[2.79,2.99] fungsi : $(91.538 \cdot \text{power}(2.99 - Xh,3)/1.20) + (314.615 \cdot \text{power}(Xh - 2.79,3)/1.20) + 491.95 \cdot (2.99 - Xh) + 484.51 \cdot (Xh - 2.79)$,

[2.99,3.19] fungsi : $(314.615 \cdot \text{power}(3.19 - Xh,3)/1.20) + 484.51 \cdot (3.19 - Xh) + 540.00 \cdot (Xh - 2.99)$



Gambar 1 : Hasil interpolasi dan pengamatan ketinggian semu (h') terhadap frekuensi f lapisan E ionosfer.

Fungsi spline kubik lapisan F1

[3.41,3.61] fungsi : $(-1031.346 * \text{power}(Xh-3.41,3)/1.20) + 770.00 * (3.61 - Xh) + 889.38 * (Xh - 3.41),$

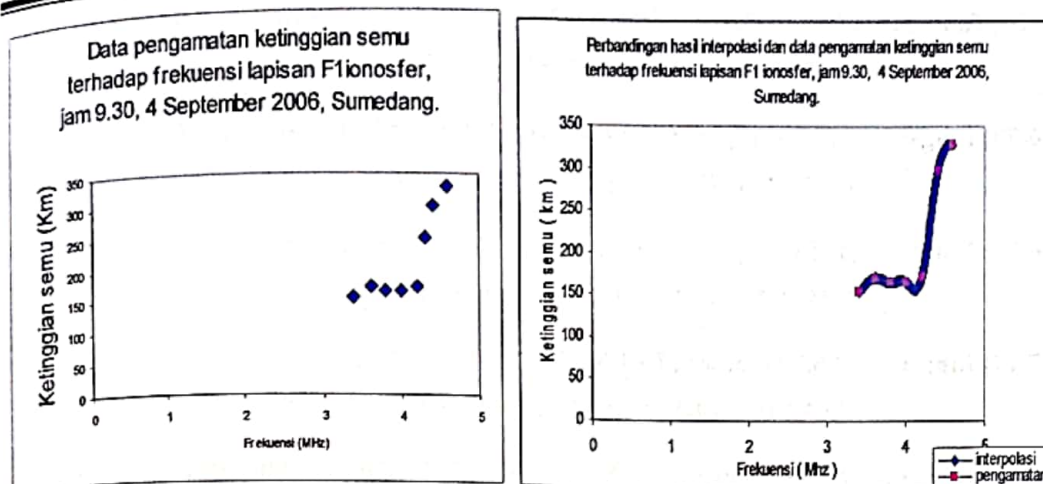
[3.61,3.81] fungsi : $(-1031.346 * \text{power}(3.81-Xh,3)/ 1.20) + (825.385 * \text{power}(Xh-3.61,3)/1.20) + 889.38 * (3.81-Xh) + 802.49 * (Xh-3.61),$

[3.81,4.01] fungsi : $(825.385 * \text{power}(4.01-Xh,3)/1.20) + (-1520.194 * \text{power}(Xh-3.81,3)/1.20) + 802.49 * (4.01-Xh) + 880.67 * (Xh-3.81),$

[4.01,4.21] fungsi : $(-1520.194 * \text{power}(4.21-Xh,3)/1.20) + (6155.396 * \text{power}(Xh-4.01,3)/ 1.20) + 880.67 * (4.21-Xh) + 654.82 * (Xh-4.01),$

[4.21,4.41] fungsi : $(6155.396 * \text{power}(4.41-Xh,3)/1.20) + (-5101.355 * \text{power}(Xh-4.21,3)/1.20) + 654.82 * (4.41-Xh) + 1660.05 * (Xh-4.21),$

[4.41,4.61] fungsi : $(-5101.355 * \text{power}(4.61-Xh,3)/1.20) + 1660.05 * (4.61 - Xh) + 1645.00 * (Xh - 4.41).$



Gambar 2 : Hasil interpolasi dan pengamatan ketinggian semu (h') terhadap frekuensi (f) lapisan F₁ ionosfer.

Fungsi spline kubik lapisan F2

$$[4.59, 4.79] \text{ fungsi : } (167.555 * \text{power}(Xh - 4.59, 3) / 1.20) + 1645.00 * (4.79 - Xh) + 1624.42 * (Xh - 4.59),$$

$$[4.79, 4.99] \text{ fungsi : } (167.555 * \text{power}(4.99 - Xh, 3) / 1.20) + (79.782 * \text{power}(Xh - 4.79, 3) / 1.20) + 1624.42 * (4.99 - Xh) + 1637.34 * (Xh - 4.79),$$

$$[4.99, 5.19] \text{ fungsi : } (79.782 * \text{power}(5.19 - Xh, 3) / 1.20) + (-336.683 * \text{power}(Xh - 4.99, 3) / 1.20) + 1637.34 * (5.19 - Xh) + 1666.22 * (Xh - 4.99),$$

$$[5.19, 5.39] \text{ fungsi : } (-336.683 * \text{power}(5.39 - Xh, 3) / 1.20) + (366.949 * \text{power}(Xh - 5.19, 3) / 1.20) + 1666.22 * (5.39 - Xh) + 1627.77 * (Xh - 5.19),$$

$$[5.39, 5.59] \text{ fungsi : } (366.949 * \text{power}(5.59 - Xh, 3) / 1.20) + (-81.111 * \text{power}(Xh - 5.39, 3) / 1.20) + 1627.77 * (5.59 - Xh) + 1662.71 * (Xh - 5.39),$$

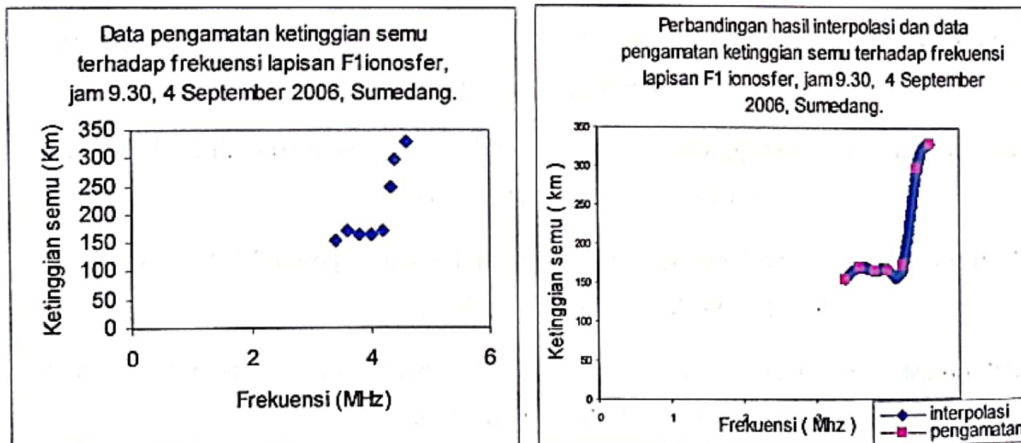
$$[5.59, 5.79] \text{ fungsi : } (-81.111 * \text{power}(5.79 - Xh, 3) / 1.20) + (107.496 * \text{power}(Xh - 5.59, 3) / 1.20) + 1662.71 * (5.79 - Xh) + 1681.42 * (Xh - 5.59),$$

$$[5.79, 5.99] \text{ fungsi : } (107.496 * \text{power}(5.99 - Xh, 3) / 1.20) + (-198.872 * \text{power}(Xh - 5.79, 3) / 1.20) + 1681.42 * (5.99 - Xh) + 1721.63 * (Xh - 5.79),$$

$$[5.99, 6.19] \text{ fungsi : } (-198.872 * \text{power}(6.19 - Xh, 3) / 1.20) + (-62.010 * \text{power}(Xh - 5.99, 3) / 1.20) + 1721.63 * (6.19 - Xh) + 1722.07 * (Xh - 5.99),$$

$$[6.19, 6.39] \text{ fungsi : } (-62.010 * \text{power}(6.39 - Xh, 3) / 1.20) + (296.911 * \text{power}(Xh - 6.19, 3) / 1.20) + 1722.07 * (6.39 - Xh) + 1710.10 * (Xh - 6.19),$$

- [6.39,6.59] fungsi : $(296.911 \cdot \text{power}(6.59-Xh,3)/1.20) + (-225.632 \cdot \text{power}(Xh-6.39,3)/1.20) + 1710.10 \cdot (6.59-Xh) + 1757.52 \cdot (Xh-6.39),$
- [6.59, 6.79] fungsi : $(-225.632 \cdot \text{power}(6.79-Xh,3)/ 1.20) + (155.615 \cdot \text{power}(Xh-6.59,3)/1.20) + 1757.52 \cdot (6.79- Xh) + 1759.81 \cdot (Xh- 6.59),$
- [6.79, 6.99] fungsi : $(155.615 \cdot \text{power}(6.99-Xh,3)/1.20) + (-96.829 \cdot \text{power}(Xh-6.79,3)/1.20) + 1759.81 \cdot (6.99-Xh) + 1793.23 \cdot (Xh-6.79),$
- [6.99, 7.19] fungsi : $(-96.829 \cdot \text{power}(7.19-Xh,3)/1.20) + (81.699 \cdot \text{power}(Xh- 6.99,3)/1.20) + 1793.23 \cdot (7.19-Xh) + 1807.28 \cdot (Xh-6.99),$
- [7.19, 7.39] fungsi : $(81.699 \cdot \text{power}(7.39-Xh,3)/1.20) + (70.032 \cdot \text{power}(Xh-7.19,3)/1.20) + 1807.28 \cdot (7.39-Xh) + 1837.67 \cdot (Xh-7.19),$
- [7.39, 7.59] fungsi : $(70.032 \cdot \text{power}(7.59-Xh,3)/1.20) + (-361.827 \cdot \text{power}(Xh-7.39,3)/1.20) + 1837.67 \cdot (7.59-Xh) + 1882.06 \cdot (Xh-7.39),$
- [7.59, 7.79] fungsi : $(-361.827 \cdot \text{power}(7.79-Xh,3)/1.20) + (927.277 \cdot \text{power}(Xh-7.59,3)/1.20) + 1882.06 \cdot (7.79- Xh) + 1854.09 \cdot (Xh-7.59),$
- [7.79, 7.99] fungsi : $(927.277 \cdot \text{power}(7.99-Xh,3)/1.20) + (-1247.276 \cdot \text{power}(Xh-7.79,3)/1.20) + 1854.09 \cdot (7.99-Xh) + 2011.58 \cdot (Xh-7.79),$
- [7.99, 8.19] fungsi : $(-1247.276 \cdot \text{power}(8.19-Xh,3)/1.20) + (2861.824 \cdot \text{power}(Xh7.99,3)/1.20) + 2011.58 \cdot (8.19- Xh) + 1919.61 \cdot (Xh-7.99),$
- [8.19, 8.39] fungsi : $(2861.824 \cdot \text{power}(8.39-Xh,3)/1.20) + 1919.61 \cdot (8.39-Xh) + 2400.00 \cdot (Xh- 8.19)$



Gambar 3 : Hasil interpolasi dan pengamatan ketinggian semu (h') terhadap frekuensi f lapisan F₂ ionosfer.

4. KESIMPULAN

Dari hasil perhitungan interpolasi spline kubik dan data pengamatan diperoleh simpangan yang relatif kecil yaitu sebesar 0.003 Mhz Hal ini menunjukkan bahwa fungsi spline kubik cocok untuk hampiran ionogram. Hasil dalam bentuk profil ketinggian semu terhadap frekuensi ini dapat digunakan untuk menentukan profil ketinggian sebenarnya lapisan ionosfer, yang nantinya digunakan untuk menentukan parameter yang lain seperti kerapatan elektron, maupun TEC yang merupakan dasar dasar pada navigasi Akurasi fungsi hampiran pada selang tertentu menjadi sangat baik jika selisih dua titik hampiran yang berurutan cukup kecil yang mana pada perhitungan ini diambil 0.01 MHz.

DAFTAR PUSTAKA

- Hojo, H. A method of calculation of $N(h)$ profiles from ionospheric $h'(f)$ curves, J. Radio Res Lab, 8,41 1978.
- Soegeng . Sarmoko S. SISTIM ANALISA IONOGRAM UNTUK MEMPEROLEH PROFIL RAPAT ELEKTON, PUSRIGAN , LAPAN , 1979.
- Steven C . Chapra, Raymond P. Cqanale, Numerical Methods for Engineers, Mc Graw - Hill International Editions, New York, 1989.
- Horstmann , Mastering C++, 1991 , John Wiley & Sons , New Jersey