No. D-III/16-93, Maret 1993, hal. 032 - 035

PROCEEDING PROGRAM PENELITIAN DIRGANTARA
LAPAN

Prediksi Bilangan Sunspot

Suprijatno Jasman[1], S. Syamsuar[2], S.L.Manurung[1], Suratno[1], dan Wilson S.[3]

[1] Bidang Matahari dan Lingkungan Antariksa Puslitbang Pengetahuan Ionosfer LAPAN, Bandung
[2] Kepala Komputer Induk LAPAN, Bandung
[3] Kepala Bidang Matahari dan Lingkungan Antariksa, Puslitbang Pengetahuan Ionosfer LAPAN, Bandung

Abstrak. Untuk menentukan prediksi bilangan sunspot R, dipakai data bilangan sunspot siklus 22 yang sedang berjalan sebagai acuannya. Periodisiti p dari pada R ditentukan dengan menggunakan metoda analisa periodagram. Hasil p yang diperoleh dengan metoda ini digunakan pada model untuk menentukan bilangan sunspot R. Model yang kita perkirakan adalah :

$$R_t = R_0 + B_1 \cos\frac{2\pi t}{p_1} + B_2 \sin\frac{2\pi t}{p_1} + B_3 \cos\frac{2\pi t}{p_2} + B_4 \sin\frac{2\pi t}{p_2}$$

dimana R_0 merupakan rata rata dari R, R_t adalah bilangan sunspot pada waktu t, dan B_i (i=1,2,3,4) adalah parameter-parameter yang diperoleh dengan metoda least square.

Kata-kata kunci:

1. Pendahuluan

Menurut Srikaloka & Sarmoko S., 1981, Rustam Effendi & Effendi, 1989, frekuensi kritis lapisan ionosfer bergantung pada sudut zenith (zenith distance) dan bilangan sunspot R. Sudut zenith dan bilangan sunspot tidak bergantungan. Sudut zenith merupakan parameter yang dapat ditentukan berdasarkan perhitungan astronomis, sedangkan sunspot merupakan parameter bebas. Oleh karena itu dalam hubungan statistik, frekuensi kritis lapisan ionosfer dianggap hanya bergantung pada bilangan sunspot R.

Persamaan yang diasumsikan untuk prediksi bilangan sunspot mengandung fungsi cosinus dan sinus yang mempunyai bentuk sebagai berikut, (Whittaker, Robinson, 1949).

$$R_t = R_0 + B_1 \cos\frac{2\pi t}{p_1} + B_2 \sin\frac{2\pi t}{p_1} + B_3 \cos\frac{2\pi t}{p_2} + B_4 \sin\frac{2\pi t}{p_2}$$

dimana R_t bilangan sunspot pada waktu t, p_1 dan p_2 merupakan perioda yang nilainya ditentukan dengan metoda analisa periodagram, B0 merupakan rata rata R dari pengamatan dan B_i (i=1,2,3,4) adalah parameter yang akan ditaksir dengan menggunakan metoda least squares biasa Data bilangan sunspot yang dipakai sebagai acuan untuk prediksi R adalah bilangan sunspot siklus yang ke 22 yang sedang berjalan, dimana pada saat ini sedang berada dalam perioda turun. Data bilangan sunspot diambil dari Solar Geophysical Data Center, Belgia.

2. Metoda

2.1. Periodagram

Dengan testing pereoda (Whittaker, Robinson, 1949), kita melakukan pengamatan bilangan sunspot R dalam interval waktu t dan dicatat sebagai barisan,

$$R_1, R_2, R_3, R_4, \cdot$$

dan kita ingin mentest barisan pengamatan tersebut untuk suatu perioda p. Selanjutnya misalkan Vr merupakan sisa dari barisan apabila suatu bilangan bulat r dibagi dengan p, sehingga barisannya menjadi,

$$V_1, V_2, V_3, V_4, \cdot$$

bisa disederhanakan menjadi,

$$R_1, R_2, R_3, \cdot R_p, R_{p+1}, R_{p+2}, R_{p+3}, \cdot R_{2p}, dst.$$

Untuk melihat korelasi antara barisan R dan Barisan V, kita lakukan dengan korelasi rasio (bukan dengan koefisien korelasi), dimana R disusun dalam kolom kolom , sehingga semua R yang berhubungan dengan nilai nilai yang sama dari V berada dalam kolom yang sama. Susunan tersebut bisa ditulis sebagai berikut,

$$\begin{array}{ccccc}
R_1 & R_2 & R_3 & \cdots & R_p \\
R_{p+1} & R_{p+2} & R_{p+3} & \cdots & R_{2p} \\
R_{2p+1} & R_{2p+2} & R_{2p+3} & \cdots & R_{3p} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\
R_{(m-1)p+1} & R_{(m-1)p+2} & R_{(m-1)p+3} & \cdots & R_{mp} \\
\hline
U_1 & U_2 & U_3 & \cdots & U_p
\end{array}$$

Jumlah dari masing-masing kolom dinyatakan sebagai,

$$U_1, U_2, U_3, \cdots U_p$$

Naskah pasca-cetak dapat diminta kepada: Suprijatno Jasman

Tabel 1. Data bilangan sunspot

Tahun	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992
Bulan							
Januari		10.4	59	161.3	177.3	136.9	150
Februari		2.4	40	165.1	138.5	167.5	161.1
Maret		14.7	76.2	131.4	140.3	141.9	106.7
April		39.6	88	130.6	140.3	140	102.2
Mei		33	60.1	138.5	132.2	121.3	73.5
Juni	1.1	17.4	101.8	196.2	105.4	169.7	65.2
Juli	18.1	33	113.8	126.9	149.4	173.7	84.5
Agustus	7.4	38.7	111.6	168.9	200.3	176.3	64.4
September	3.8	33.9	120.1	176.7	125.2	125.3	62.9
Oktober	35.4	60.6	125.1	159.4	145.5	144.1	
November	15.2	39.9	125.1	173	131.4	108.2	
Desember	6.8	27.1	179.2	165.5	129.7	144.4	

Barisan bilangan terakhir atau $U_1, U_2, U_3, \cdot, U_p$, dibagi dengan m, akan diperoleh rata-rata masing-masing kolom dan dicatat sebagai,

$$u_1, u_2, u_3, \cdot u_p$$

Yang dimaksud dengan korelasi rasio (η) antara barisan R dan V adalah standard deviasi dari u dibagi dengan standard deviasi dari R.

Dengan mengambil bermacam-macam nilai p, maka untuk setiap harga p akan diperoleh nilai korelasinya. Bila nilai korelasi η untuk setiap p diplot, akan diperoleh suatu kurva yang disebut kurva periodagram. Korelasi rasio inilah yang dipakai sebagai indikator dari perioda untuk besaran yang diamati. Dari kurva dapat diambil harga p yang mempunyai nilai korelasi rasio paling menonjol, yaitu untuk $p = 6.5$ dan $p = 8.5$. Kedua harga p tersebut selanjutnya dipakai sebagai perioda untuk model persamaan yang dipakai.

2.2. *Metoda Least Squares*

Misalkan suatu persamaan regresi linier (multiple)

$$y = \beta_o + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \cdot + \beta_k x k + \delta$$

dimana : $y, x_1, x_2, \cdot, x_k$ merupakan besaran pengamatan $\beta_o, \beta_1, \beta_2, \cdot, \beta_k$ adalah konstanta yang belum diketahui

Untuk n pengamatan persamaan diatas bisa ditulis dalam bentuk matriks,

$$\begin{bmatrix} y1 \\ y2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_k \end{bmatrix}$$

atau disingkat menjadi,

$$y = x_\beta + \epsilon$$

Dalam metoda ordinary least squares diasumsikan bahwa,

$$E(\epsilon) = 0$$

$$Var(\epsilon) = \sigma_2 I_n$$

Dengan memakai persamaan cocokan dan melakukan penaksiran terhadap β (Bovas Abraham, Johannes Ledoltev, 1983) akhirnya akan diperoleh persamaan dengan bentuk,

$$x' x \hat{\beta} = x' y$$

dimana harga β yang diperoleh ditulis β yang merupakan taksiran dari β. Maka persamaan cocokan yang dimaksudkan akan menjadi,

$$R = y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_k x_k$$

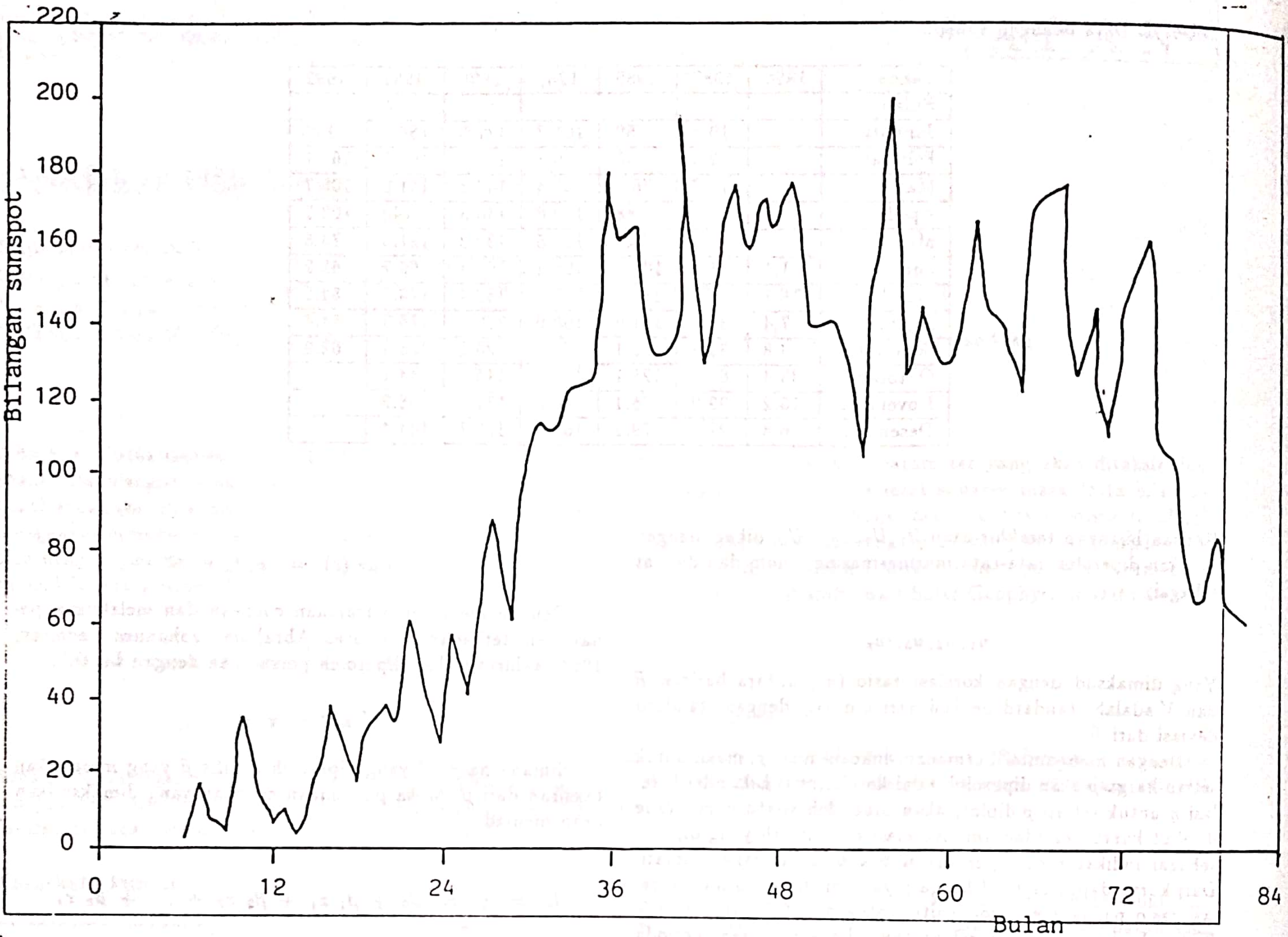
3. Data Bilangan Sunspot

Data bilangan sunspot yang digunakan adalah rata- rata bulanan siklus ke 22 yang sedang berjalan, dimulai dari bulan Juni tahun 1986 sampai dengan bulan September 1992 (Tabel 1). Siklus ke 22 mencapai maksimum pada bulan Agustus 1990 dan pada saat sekarang ini sedang dalam perioda turun (Solar Geophysical Data).

Data bilangan sunspot tersebut kalau diplot kedalam grafik akan terlihat seperti gambar 1.

Tabel 2. Perioda dan korelasi rasio

Perioda (p)	Rata-rata (u)	Std.Deviasi	Korelasi (η)
5	606.82	54.77	0.12
5.5	650.22	69.19	0.15
6	710.1	33.42	0.07
6.5	735.93	78.10	0.17
7	769.21	49.51	0.11
7.5	790.21	62.62	0.14
8	825.01	50.51	0.11
8.5	825.56	73.45	0.16
9	843.37	61.62	0.14



Gambar 1. Ploting data sunspot

4. Analisa

Untuk melihat perioda p yang penting untuk bilangan sunspot R, perlu melihat dulu grafik data R. Dari grafik bisa diperkirakan perioda p harganya berkisar antara 5 sampai dengan 9. Dari data juga bisa ditentukan rata-rata R dan standard deviasi σ, yaitu masing-masing $R = 103.52$ dan $\sigma = 57.048$ Berdasarkan harga-harga perioda tersebut diatas, akan ditentukan harga-harga korelasi rasio η untuk harga p=5, 5.5, 6, 6.5, ... 9. Hasilnya seperti pada tabel 2.

Dari harga-harga korelasi rasio duambil dua harga p yang menonjol, yaitu untuk $p = 6.5$ dan $p = 8.5$ masing- masing untuk 0.17 dan 0.16. Harga $p = 6.5$ dan $p = 8.5$ dimasukan kedalam model persamaan yang kita maksudkan, sehingga akan menjadi,

$$R_t = \beta_0 + \beta_1 \cos\frac{2\pi t}{6.5} + \beta_2 \sin\frac{2\pi t}{6.5} + \beta_3 \cos\frac{2\pi t}{8.5} + \beta_4 \sin\frac{2\pi t}{8.5} + \epsilon_t$$

Dengan memasukan atau mengganti $\beta_0 = 103.52$ yang merupakan rata-rata bilangan sunspot R, dan menulis R_t untuk $t = 1, 2, 3, \ldots\ldots 76$, sehingga diperoleh suatu vektor dari R yang terdiri dari 76 unsur yang disebut vektor pengamatan R.

$$\left(\cos 4\frac{2\pi t}{6.5},\ \sin\frac{2\pi t}{6.5},\ \cos\frac{2\pi t}{8.5},\ \sin\frac{2\pi t}{8.5}\right)$$

dan bisa ditulis sebagai,

$$R = 103.52 + \beta_1 x_1 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_4 + \epsilon$$

Merupakan model linier dengan empat variabel bebas yaitu x_1, x_2, x_3 dan x_4, di mana,

$$x_1 = \begin{bmatrix} \cos\frac{2\pi.1}{6.5} \\ \cos\frac{2\pi.2}{6.5} \\ \vdots \\ \cos\frac{2\pi.76}{6.5} \end{bmatrix}, \quad x_2 = \begin{bmatrix} \sin\frac{2\pi.1}{6.5} \\ \sin\frac{2\pi.2}{6.5} \\ \vdots \\ \sin\frac{2\pi.76}{6.5} \end{bmatrix}$$

$$x_3 = \begin{bmatrix} \cos\frac{2\pi.1}{8.5} \\ \cos\frac{2\pi.2}{8.5} \\ \vdots \\ \cos\frac{2\pi.76}{8.5} \end{bmatrix}, \quad x_4 = \begin{bmatrix} \sin\frac{2\pi.1}{8.5} \\ \sin\frac{2\pi.2}{8.5} \\ \vdots \\ \sin\frac{2\pi.76}{8.5} \end{bmatrix}, \quad \epsilon_t = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_{76} \end{bmatrix}$$

Dengan menggunakan metode least squares ordinary, maka β_i (i=1,2,3,4) bisa ditentukan. Hasil yang diperoleh adalah,

$$\hat{\beta}_1 = -135.15$$

$$\hat{\beta}_2 = 2563.76$$

$$\hat{\beta}_3 = 6.96$$

$$\hat{\beta}_4 = -2953.63$$

Dengan demikian persamaan penaksiran yang dimaksudkan adalah,

$$R = 103.52 - 135.15\, x_1 + 2563.76\, x_2 + 6.96\, x_3 - 2953.63\, x_4$$

atau

$$R = 103.52 - 135.15\, cos\frac{2\,\pi\, t}{6.5} + 2563.76\, sin\frac{2\,\pi\, t}{6.5} + 6.96\, cos\frac{2\,\pi\, t}{8.5} - 2953.63\, sin\frac{2\,\pi\, t}{8.5}$$

5. Penutup

Ada dua perioda bilangan sunspot bulanan yang diperoleh, yaitu perioda 6.5 bulan dan 8.5 bulan. Persamaan yang diperoleh untuk prediksi sunspot adalah,

$$R = 103.52 - 135.15\, cos\frac{2\,\pi\, t}{6.5} + 2563.76\, sin\frac{2\,\pi\, t}{6.5} + 6.96\, cos\frac{2\,\pi\, t}{8.5} - 2953.63\, sin\frac{2\,\pi\, t}{8.5}$$

Dalam hal tersebut tidak berlaku harga t=0, karena t merupakan waktu pengamatan.

Daftar Pustaka

Sir Edmund Whittaker, Robinson, G. 1949, "The Calculus of observations", *Blackie & Sons Limited*, 345-360.

Bovas Abraham, Johannes Ledoltev 1983, "Statistical methods for forcasting", *John Wiley & Sons*, 16-25.

Sri Kaloka, Sarmoko, S. 1981, *Kumpulan kertas kerja program penelitian Pusrigan - LAPAN*, 1980/1981, 37-45.

Rustam Effendi, Effendi 1989, *Proceeding program penelitian Pusrigan - LAPAN*, 1988/1989, 60.

..............., *Solar Geophysical Data*, Boulder, Colorado.