



Majalah

## LAPAN

VOL 2

NO. 1

JANUARI 2000

- DECOUPLED SLIDING MODE CONTROL UNTUK SISTEM NON LINIER DAN APLIKASINYA  
Rika Andiarli ..... 1
- PENGARUH PENANAMAN KAWAT LOGAM PADA PROPELAN PADAT TERHADAP TEMPERATUR TABUNG ROKET  
Saeri, Dwi Wahyuni ..... 8
- PENELITIAN KOEFISIEN AERODINAMIK ROKET KENDALI RKX - 180 MM  
Salam Ginting, Endang Sumarlinah ..... 17
- PENENTUAN KELAYAKAN STRUKTUR SIRIP ROKET RX - 150 - LPN BERDASARKAN LENDUTAN STRUKTUR  
Alik Bintoro ..... 27
- KETAHANAN PANAS LINER EPOKSI DENGAN PENAMBAHAN BUBUK FENOLIK  
Sutrisno ..... 32
- ANALISIS KECEPATAN PEMBAKARAN PROPELAN HTPB/IPDI DENGAN VARIASI PENAMBAHAN PERSENTASE ALUMINIUM  
Atwirman Sjarkawi, Henny Setyaningsih ..... 38
- KETERKAITAN ANTARA AKTIVITAS MATAHARI DAN GEJALA ENSO  
Suratno, Mezak A. Ratag, Suaydhi..... 42
- KEASAMAN AIR HUJAN DI KOTA BANDUNG TAHUN 1988-1998  
Toni Samiaji, Nurlaini, Tuti M.H.W, Hery Harjanto..... 49

DITERBITKAN OLEH :

**LEMBAGA PENERBANGAN DAN ANTARIKSA NASIONAL**

Jl. Pemuda, Persil No. 1, Jakarta 13220, INDONESIA

MAJALAH LAPAN

VOL. 2

NO. 1

HLM. 1 - 52

JAKARTA, JANUARI 2000

ISSN 0126-0480

# Decoupled Sliding Mode Control Untuk Sistem Non Linier Dan Aplikasinya

Rika Andiarti\*

## ABSTRACT

The sliding mode control method for a nonlinear system which can be decoupled by state variable feedback is developed. Based on variable structure system (VSS) theory and Lyapunov method, a discontinuous control law is derived. This design approach is applied to synthesize a flight control system for asymptotically decoupled control of bank angle, pitch angle and sideslip angle in nonlinear maneuver of aircraft.

## ABSTRAK

Makalah ini membahas teknik kontrol sliding mode untuk sebuah sistem non linier yang "decouplable". Berdasarkan pada teori VSS (Variable Structure Systems) dan metoda Lyapunov, sebuah hukum pandu (control law) yang diskontinu akan didapatkan. Sebagai contoh aplikasi, metoda kontrol tersebut diterapkan untuk mengendalikan secara simultan gerakan lateral dan longitudinal sebuah pesawat terbang.

## 1. PENDAHULUAN

Dalam kurun waktu dua puluh tahun terakhir, teori kontrol non linier mengalami kemajuan yang sangat pesat. Hal ini diiringi dengan kemajuan dalam penerapannya terhadap sistem fisik seperti sistem robot, sistem mekanik, maupun mesin-mesin listrik.

Teori kontrol *sliding mode* merupakan salah satu teknik kontrol klasik untuk sistem non linier. Teknik ini sangat dikenal karena kekokohnya dalam menghadapi gangguan-gangguan baik gangguan luar maupun variasi parameter (Slotine, 1985; Ramirez, 1988; Andiarti, *et.al.*, 1993; Glumineau *et.al.*, 1993). Dengan metoda kontrol *sliding mode*, trayektori keadaan dikendalikan agar mengikuti trayektori acuan yang ditetapkan. Untuk mencapai tujuan ini, gerakan trayektori berlangsung dalam dua fase. Fase pertama, trayektori ditarik ke sebuah *sliding surface* (bidang luncur), kemudian pada fase kedua trayektori meluncur pada bidang tersebut.

Dalam makalah ini, metoda *sliding mode* akan diterapkan untuk sistem yang bisa di-*decoupled* dengan state feedback. Masalah *input-output decoupling* itu sendiri atau dikenal juga dengan istilah *non-interacting control problem* sudah sering dipelajari dan sudah mendapatkan hasil yang sangat memadai, terutama yang menggunakan *invertible state feedback* (Isidori *et.al.*, 1981; Di Benedetto *et.al.*, 1989; Fliess, 1987). Dalam tulisan ini, kita akan menggabungkan kedua metoda kontrol yaitu *sliding mode* dan *input-output decoupling*. Tujuan dari penggabungan ini adalah untuk mendapatkan sebuah *control law* (hukum pandu) yang mampu

mengendalikan vektor keluaran secara independen agar mencapai sasaran yang diinginkan.

Untuk melihat kinerja metoda ini, sebuah model pesawat terbang akan digunakan. Model ini cukup tepat, karena merupakan sebuah sistem non linier multivariabel yang di dalamnya terdapat interaksi antara elemen vektor masukan dan elemen vektor keluaran. Tetapi menurut teori yang telah ditemukan (Isidori *et.al.*, 1981), model pesawat terbang ini *decouplable* dengan menggunakan *state feedback*.

Diharapkan, dengan menggunakan teknik kontrol *sliding mode*, sebuah *control law* yang akan mengendalikan secara simultan manuver lateral dan longitudinal pesawat terbang dapat ditemukan. Tujuannya adalah untuk mengendalikan secara independen sudut putar (*bank*), sudut angguk (*pitch*) dan sudut samping (*sideslip*) dengan menggunakan defleksi *rudder*, *elevator* dan *aileron*.

## 2. INPUT-OUTPUT DECOUPLING DAN SLIDING MODE

Pada bagian ini akan dibahas sebuah prosedur berikut kondisi yang diperlukan, untuk mendapatkan sebuah *control law* yang akan mengendalikan keluaran menuju sasaran yang diinginkan sekaligus menghindari adanya *coupling* antara elemen vektor masukan dan elemen vektor keluaran. Oleh karena itu, pertama-tama kita akan melihat kembali teori yang menyangkut *input-output decoupling*, kemudian diteruskan dengan pemaparan tentang teknik kontrol *sliding mode*.

\*) Peneliti Bidang Kendali Roket dan Satelit, LAPAN.

**2.1. Input-output Decoupling**

Sekarang kita akan menuliskan kembali definisi dari *input-output decoupling problem* (*non-interacting control problem*), dan mengingat kembali teori-teori yang telah ditemukan untuk menyelesaikan masalah ini.

Masalah *input-output decoupling* untuk sistem non linier dalam bentuk

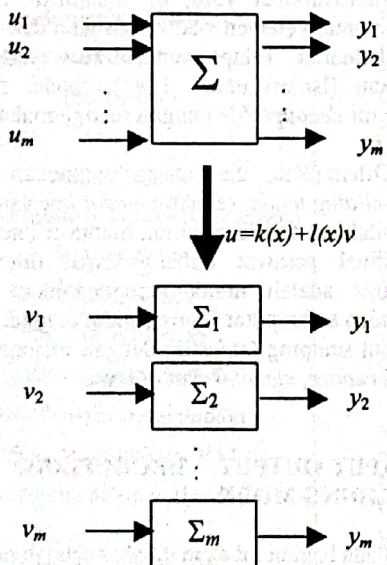
$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases}$$

dengan  $x \in R^n, u \in R^m, y \in R^m$ ,  $x$  adalah *state vector* (vektor keadaan),  $u$  adalah control input dan  $y$  adalah keluaran dapat didefinisikan sebagai berikut :

Temukan suatu feedback  $u = k(x) + l(x)v, v \in R$  sehingga masukan  $v_i$  hanya mempengaruhi keluaran  $y_i$ .

Dalam sistem multivariabel seperti  $\Sigma$  di atas, biasanya terdapat *coupling* antara vektor masukan dan vektor keluaran. Artinya, satu elemen masukan dapat mengendalikan beberapa elemen keluaran sekaligus. Dengan sebuah feedback yang tepat, *coupling* seperti ini dapat dihilangkan.

Untuk lebih jelasnya kita bisa memperhatikan Gambar 2-1 :



Gambar 2-1 : Input-output decoupling

Dalam gambar tersebut,  $u_1$  bisa saja mengendalikan  $y_1, y_2, \dots, y_m$ , demikian juga  $u_m$ . Dengan feedback  $u = k(x) + l(x)v$ , dengan  $v$  adalah masukan yang baru,  $v_i$  hanya mengendalikan  $y_i$ . Jadi dalam sistem lup tertutup, seolah-olah kita mempunyai beberapa subsistem dengan keluaran  $y_i$  dikendalikan hanya oleh masukan  $v_i$ .

Contoh :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1x_2 + u_1 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = u_2 \end{cases} \quad \begin{cases} y_1 = x_1 \\ y_2 = x_2 \end{cases}$$

Ambil feedback berikut :

$$\begin{cases} u_1 = v_1 - x_1x_2 \\ u_2 = v_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_1 = x_1x_2 + u_1 \\ v_2 = u_2 \end{cases}$$

Maka, closed-loop system berbentuk :

$$\Sigma_1: \begin{cases} \dot{x}_1 = v_1 \\ y_1 = x_1 \end{cases} \quad \Sigma_2: \begin{cases} \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = v_2 \\ y_2 = x_2 \end{cases}$$

Di sini kita bisa melihat dengan jelas, bahwa dalam subsystem  $\Sigma_1$ ,  $v_1$  hanya mengendalikan  $y_1$ , sedangkan dalam subsystem  $\Sigma_2$ ,  $v_2$  hanya mengendalikan  $y_2$ .

Secara teoritis, masalah input-output decoupling ini bisa diselesaikan seperti di bawah ini. Pertama, mari kita tuliskan operator differensial orde k

$$L_f^{(k)}(.)$$

dengan

$$L_f^{(k)}h_i(x) = \left[ \frac{\partial}{\partial x} L_f^{(k-1)}h_i(x) \right] f(x),$$

dan

$$L_f^{(0)}h_i(x) = h_i(x)$$

Dengan menggunakan operator di atas, kita differensialkan komponen ke- $i$  dari  $y$  terhadap waktu

$$\dot{y}_i = h_i(x)^{(1)} = \frac{\partial h_i(x)}{\partial x} (f(x) + g(x)u) = L_f^{(1)}h_i(x)$$

$$\ddot{y}_i = \left[ \frac{\partial}{\partial x} L_f^{(1)}h_i(x) \right] f(x) + \left[ \frac{\partial}{\partial x} L_f^{(1)}h_i(x) \right] g(x)u = L_f^{(2)}h_i(x)$$

$$y_i^{(\alpha_i)} = \left[ \frac{\partial}{\partial x} L_f^{(\alpha_i-1)} h_i(x) \right] f(x) + \left[ \frac{\partial}{\partial x} L_f^{(\alpha_i-1)} h_i(x) \right] g(x)u$$

dengan  $\alpha_i$  adalah orde derivasi  $y_i$  yang memenuhi

$$\left[ \frac{\partial}{\partial x} L_f^{(\alpha_i-1)} h_i(x) \right] g(x) \neq 0.$$

$\alpha_i$  biasa juga disebut *relative degree* (derajat relatif) keluaran  $y_i$ . Jika kita melakukan hal yang sama untuk semua elemen  $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$ , kemudian kita tuliskan

$$y^{(\alpha)} = H^*(x) + G^*(x)u$$

dengan

$$y^{(\alpha)} = (y_1^{(\alpha_1)}, \dots, y_m^{(\alpha_m)})^T,$$

$$H^* = \begin{bmatrix} L_f^{(\alpha_1)} h_1(x) \\ L_f^{(\alpha_2)} h_2(x) \\ \vdots \\ L_f^{(\alpha_m)} h_m(x) \end{bmatrix},$$

dan

$$G^* = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} L_f^{(\alpha_1-1)} h_1(x) \\ \frac{\partial}{\partial x} L_f^{(\alpha_2-1)} h_2(x) \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x} L_f^{(\alpha_m-1)} h_m(x) \end{bmatrix}$$

maka teori berikut ini dapat dijadikan acuan untuk memeriksa *decouplable* atau tidaknya sebuah sistem.

**Teori (Isidori, et. al., 1981):**

*Sistem  $\Sigma$  dikatakan decouplable dengan state feedback  $u = k(x) + l(x)v$  jika dan hanya jika matriks  $G^*$  inversibel.*

Teori di atas memberikan sebuah *Necessary and Sufficient Condition* (syarat perlu dan cukup) agar sebuah sistem *decouplable*. Untuk itu, kita hanya perlu mencari matriks  $G^*$  dan memeriksa apakah matriks tersebut inversibel atau tidak. Dan *static state feedback* yang dapat mendecouple sistem  $\Sigma$  adalah

$$u = G^{*-1} (y^{(\alpha)} - H(x))$$

dengan  $y^{(\alpha)} = v$ , adalah masukan baru.

Selanjutnya, kita akan membahas teori kontrol sliding mode untuk sistem non linier secara umum,

kemudian di Bagian 3, akan diaplikasikan terhadap sistem pesawat terbang yang *decouplable*.

## 2.2. Kontrol Sliding Mode

Metoda ini didasarkan pada teori Lyapounov untuk menarik trayektori agar mengikuti acuan yang telah ditetapkan. Metoda ini dibagi dalam dua tahap: Tahap pertama, trayektori ditarik menuju suatu bidang yang telah didefinisikan sebelumnya, yang dinamakan bidang luncur. Sedangkan tahap kedua trayektori bergerak dengan meluncur diatas bidang tadi. Untuk sistem segi empat ( $\dim(y) = \dim(u)$ ) yang *decouplable*, bidang luncur ini jumlahnya sama dengan dimensi vektor keluaran yang ingin dikendalikan. Tetapi untuk sistem non linier yang cukup general, hal ini tidak berlaku. Perlu dicatat, bahwa dalam metoda ini hukum pandu yang didapat bersifat diskontinu. Secara lengkapnya, metoda ini dapat dijabarkan sebagai berikut :

Sistem non linier yang akan dipakai masih tetap dalam bentuk

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ y = h(x) \end{cases}$$

Pada bagian ini kita juga akan menggunakan "notion" derajat relatif.

Pertama-tama, kita harus menentukan  $m$  fungsi  $s_i(x)$  (karena  $\dim(y) = m$ ) dengan derajat relatifnya sama dengan satu. Persamaan

$$s_i(x) = 0$$

selanjutnya disebut bidang luncur. Bentuk bidang luncur ini biasanya merupakan sebuah fungsi linier terhadap *tracking error* dan derivasinya (Slotine, 1985). Misalnya,

$$s_i(x) = k_1(y_i - y_{ir}) + k_2(\dot{y}_i - \dot{y}_{ir}) + \dots + k_{\alpha_i}(y_i^{(\alpha_i-1)} - y_{ir}^{(\alpha_i-1)})$$

dengan  $\alpha_i$  adalah derajat relatif dari  $y_i$ , dan  $y_{ir}$  adalah trayektori  $y_i$  acuan atau  $y_i$  akhir yang diinginkan. Dengan demikian,  $\dot{s}_i(x, u)$  adalah sebuah fungsi yang secara eksplisit tergantung dari  $u$ .

Kemudian kita ambil  $m$  fungsi Lyapounov

$$V_i(s_i) = \frac{1}{2} s_i^2$$

Kita akan mengontrol sistem agar trayektori ditarik menuju bidang luncur ( $s_i(x) = 0$ ). Bila kita menuliskannya untuk semua trayektori keluaran, maka hal ini bisa diselesaikan dengan memberikan solusi kepada pertidaksamaan di bawah ini dalam  $u$ .

$$s(x) \cdot \dot{s}(x, u) < 0 \text{ untuk } s(x) \neq 0$$

dengan  $s(x)$  adalah matriks diagonal yang mempunyai elemen  $s_1(x), \dots, s_m(x)$  dan  $\dot{s}(x)$  adalah matriks diagonal dengan elemen  $\dot{s}_1(x), \dots, \dot{s}_m(x)$ .

Berhubung sistemnya linier dalam  $u$ , maka kita bisa menuliskannya seperti berikut ini:

$$\dot{s}(x,u) = s_a(x) + s_b(x) \cdot u$$

Misalkan sekarang  $u_{eq}$  solusi untuk  $\dot{s}(x,u) = 0$ .  
Dengan demikian,

$$u_{eq} = -\frac{s_a(x)}{s_b(x)}$$

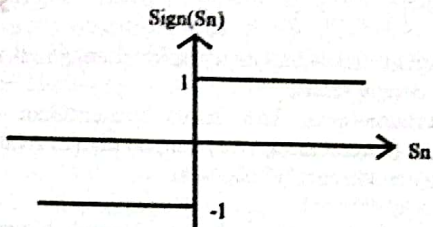
kemudian, jika kita misalkan  $u = u_{eq} + u_n$  maka pertidaksamaan  $s(x) \cdot \dot{s}(x,u) < 0$  menjadi  $s(x) \cdot s_b(x) \cdot u_n < 0$   
Sebuah penyelesaian untuk pertidaksamaan di atas adalah

$$u_n = -k_{un} \text{Sign}[s(x) \cdot s_b(x)] \\ = -k_{un} \text{Sign}[S_n]$$

dengan

$$k_{un} > 0 \text{ dan } \text{Sign}[S_n] = \begin{cases} 1, & S_n > 0 \\ 0, & S_n = 0 \\ -1, & S_n < 0 \end{cases}$$

Atau kalau kita gambarkan, fungsi  $\text{Sign}[S_n]$  ini bisa berbentuk :



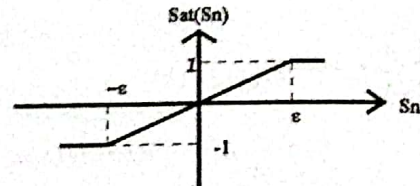
Dengan demikian, hukum pandunya menjadi

$$u = -\frac{s_a(x)}{s_b(x)} - \text{Sign}[S_n] \cdot s$$

Dengan adanya fungsi  $\text{Sign}[S_n]$ , hukum pandu  $u$  menjadi diskontinu. Hal ini bisa menimbulkan efek

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_p \beta + l_q q + l_r r + l_p p - l_1 q r \\ m_q q + i_2 p r - m_a p \beta + m_a (g/V) (\cos \theta \cos \phi - \cos \theta_0) \\ n_p \beta + n_r r + n_p p - i_3 p q + n_q q \\ q - p \beta + (g/V) (\cos \theta \cos \phi - \cos \theta_0) \\ y_p \beta + p \sin \alpha_0 - r \cos \alpha_0 + (g/V) \cos \theta \sin \phi \\ p + q \tan \theta \sin \phi + r \tan \theta \cos \phi \\ q \cos \phi - r \sin \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} l_{\delta a} & 0 & l_{\delta r} \\ 0 & m_{\delta e} & 0 \\ n_{\delta a} & 0 & n_{\delta r} \\ 0 & z_{\delta e} & 0 \\ y_{\delta a} & 0 & y_{\delta r} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta a \\ \delta e \\ \delta r \end{bmatrix}$$

*chattering* (perubahan kontrol dengan frekuensi tinggi) ketika trayektori ada disekitar bidang lurus dan ketika harga  $\text{Sign}$  sering berubah-ubah. Untuk menghindari fenomena *chattering* ini, kita gunakan sebuah hukum pandu pendekatan yang kontinu. Hukum pandu ini diperoleh dengan menggantikan fungsi  $\text{Sign}[S_n]$  oleh fungsi  $\text{Sat}(S_n)$  (Slotine, 1985), yang digambarkan sebagai berikut :



dengan  $\epsilon$  bilangan real kecil positif.

Teknik kontrol yang telah dijabarkan di atas, akan diterapkan pada model pesawat terbang yang secara mudah dapat dibuktikan *decouplable* tidaknya.

### 3. HUKUM PANDU UNTUK PESAWAT TERBANG

Sekarang kita akan mengaplikasikan metoda kontrol yang telah dibahas terdahulu untuk mengendalikan manuver pesawat terbang. Model pesawat terbang ini telah sering dipakai untuk menguji keandalan metoda-metoda kontrol non linier antara lain dapat dilihat dalam Singh, (1988, 1989), dan Singh dan Romano (1990). Adapun masukannya adalah *aileron* ( $\delta a$ ), *elevator* ( $\delta e$ ) dan *rudder* ( $\delta r$ ), sedangkan keluarannya adalah *bank angle* ( $\phi$ ), *pitch angle* ( $\theta$ ) dan *sideslip angle* ( $\beta$ ). Persamaan gerak pesawat itu sendiri adalah sebagai berikut :

Dengan keluaran seperti di bawah ini,

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \beta \end{bmatrix}$$

kita akan membuktikan bahwa sistem pesawat terbang dengan model seperti di atas benar-benar *decouplable*. Untuk itu, kita akan mencari matriks  $G^*$  dan memeriksa sifat inversibilitasnya.

Tahap pertama, kita harus menemukan  $\alpha_1, \alpha_2$  dan  $\alpha_3$  yaitu derajat relatif dari  $y_1, y_2$  dan  $y_3$  dengan

menurunkan vektor  $y$  terhadap waktu.

$$\dot{y} = H_1(x) + G_1(x)$$

dengan  $G_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ y_{\delta a} & 0 & y_{\delta r} \end{bmatrix}$

Di sini bisa dilihat bahwa  $\alpha_1 = \alpha_2 > 2$ , sedangkan  $\alpha_3 = 1$ . Tetapi secara numerik, harga  $y_{\alpha}$  dan  $y_{\beta}$  sangat kecil, jadi untuk penyederhanaan bisa dianggap sama dengan nol dalam ekspresi  $G_1$  tersebut. Kalau kita tetap mempertahankan harga  $y_{\alpha}$  dan  $y_{\beta}$  apa adanya, maka matriks  $G^*$  yang didapat bisa jadi "hampir" singular. Untuk itu kita akan menurunkan  $y$  sekali lagi terhadap waktu.

$$\dot{y} = H_2(x) + G_2(x)u = H^*(x) + G^*(x)u$$

$$G^*(x) = \begin{bmatrix} l_{\alpha} + n_{\alpha} & m_{\alpha} & l_{\beta} \\ n & m_{\beta} & n_{\beta} \\ y_{\alpha}y_{\beta} + l_{\alpha} \sin \alpha_0 - n_{\alpha} \cos \alpha_0 & 0 & y_{\beta}y_{\beta} + l_{\beta} \sin \alpha_0 - n_{\beta} \cos \alpha_0 \end{bmatrix}$$

dengan

Dengan memasukan harga numeriknya, bisa dilihat bahwa  $G^*$  adalah sebuah matriks inversibel, jadi bisa kita dapatkan matriks inversnya ( $G^{*-1}$ ). Dan feedback yang mampu men-*decouple* secara "asimptotik" sistem pesawat terbang adalah

$$u = G^{*-1}(\ddot{y} - H^*(x)),$$

$$\ddot{y} = v \text{ (masukan baru) .}$$

Selanjutnya kita terapkan metoda kontrol *sliding mode* untuk sistem *decouplable* tadi. Tetapi, sebelumnya mari kita tentukan bentuk *sliding surface* yang akan dipakai. Karena secara numerik  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 2$ , dengan  $s = (s_1, s_2, s_3)^T$ ,  $y_r$  adalah acuan (harga  $y$  akhir) yang ingin dicapai, dan  $\dot{y}_r$  adalah derivasi  $y_r$  terhadap waktu, maka

$$s = k_1(y - y_r) + k_2(\dot{y} - \dot{y}_r)$$

Untuk mendapatkan hukum pandu  $u$ , kita akan mengikuti penahapan yang telah dibahas di Bagian 2.2 :

$$\dot{s} = k_1(\dot{y} - \dot{y}_r) + k_2(\ddot{y} - \ddot{y}_r)$$

Karena sebelumnya kita telah mendapatkan

$$\ddot{y} = H^*(x) + G^*(x)u$$

maka,

$$\dot{s} = k_1(\dot{y} - \dot{y}_r) + k_2(H^*(x) + G^*(x)u - \ddot{y}_r)$$

Dengan membuat  $\dot{s} = 0$  kita dapatkan

$$u_{eq} = k_2 G^{*-1}[-k_1(\dot{y} - \dot{y}_r) - k_2 H^*]$$

$$u_n = -k_{un} k_2 G^{*-1} \text{Sign}(s)$$

Berhubung  $u = u_{eq} + u_n$ , maka hukum pandu menjadi

$$u = k_2 G^{*-1}[-k_1(\dot{y} - \dot{y}_r) - k_2 H^* - k_{un} \text{Sign}(s)]$$

Hukum pandu (*control law*) di atas akan mampu membawa trayektori real mengikuti acuannya. Dan karena sistemnya *decouplable*, maka tidak akan terjadi lagi interaksi diantara elemen vektor masukan.

Untuk melihat keandalan metoda kontrol yang dipakai, hasil perhitungan di atas kemudian disimulasikan dengan menggunakan software MATLAB.

#### 4. HASIL SIMULASI DAN ANALISA

Software MATLAB dapat memberikan kepada kita sebuah program yang cukup sederhana, praktis dan mudah dioperasikan. Simulasi dibuat dalam dua kondisi. Dan hasilnya dapat dilihat pada Gambar 4-1 dan Gambar 4-2. Hasil simulasi ini didapat dengan memberikan harga  $y$  final yang diinginkan

$$y_r = (\phi_r, \theta_r, \beta_r)^T = (10^\circ, 5^\circ, 0^\circ)^T$$

$$k_1 = \begin{bmatrix} 10 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad k_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \text{dan} \quad k_{un} = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 15 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Kondisi pertama :  $x(0) = 0$

Pada simulasi ini, pesawat diinisialisasi pada posisi nol, kecuali  $\alpha(0) = 1.5^\circ$ . Dan pengaturan yang diberikan adalah untuk menghindari adanya fenomena *chattering* (perubahan kontrol yang sangat sering), kita menggunakan fungsi *Sat(S<sub>n</sub>)* untuk menggantikan fungsi *Signum*, dengan

$$\varepsilon = (1 \ 5 \ 1)^T$$

Hasil simulasi dengan kondisi awal nol ini dapat dilihat pada Gambar 4-1. Dari gambar-gambar tersebut, dengan mudah dapat dihitung, bahwa *response time* nya kurang dari 5 detik. Ini artinya, bahwa kondisi akhir yang diinginkan dapat dicapai dengan waktu cukup cepat. Lebih jauh, kita juga dapat melihat, bahwa *steady-state error*-nya (kesalahan pada keadaan tunak) mendekati nol. Ini berarti, harga acuan dapat dicapai dengan tepat. Sedangkan defleksi *rudder*, *aileron* dan *elevator* tidak melebihi 2 derajat.

Dari hasil ini, kita bisa mengetahui bahwa pada waktu kita berangkat dari posisi awal nol, hasil simulasi yang didapat cukup memuaskan.

**Kondisi kedua  $\theta = 0$** 

Sekarang, *state vector* (vektor keadaan)  $x$  tidak diinialisasi pada posisi nol. Hal ini dimaksudkan untuk mengetahui sejauh mana keandalan metoda kontrol yang dipakai. Untuk keadaan ini, pengaturan  $k_1$ ,  $k_2$  dan  $k_m$  juga  $\epsilon$  sama seperti kondisi pertama. Dan hasilnya dapat dilihat pada Gambar 4-2. Hasil simulasi yang didapat tidak jauh berbeda dengan hasil sebelumnya. *Response-time*-nya tetap sekitar 5 detik, *steady-state error*-nya mendekati nol, sedangkan defleksi *rudder*, *aileron* dan *elevator* kurang dari 2 derajat. Hasil ini membuktikan bahwa dari mana pun posisi awal pesawat, hasil akhir yang diinginkan dapat tetap dicapai dalam waktu yang cukup singkat.

Kalau kita bandingkan hasil simulasi ini dengan hasil yang didapat oleh Singh, (1988, 1989) dan Singh dan Romano (1990), kita bisa mengatakan bahwa metoda *sliding mode* sama efektifnya dengan metoda kontrol non linier lainnya seperti *dynamic inversion*, *trajectory tracking*, maupun *singular perturbation* dalam mengendalikan manuver pesawat terbang.

**5. KESIMPULAN**

Untuk sebuah *decouplable system*, teori kontrol sliding mode memberikan sebuah hukum pandu (*control law*) yang mampu mengendalikan trayektori menuju sasaran yang diinginkan sekaligus menghilangkan *coupling* antara elemen vektor masukan dan elemen vektor keluaran. Hasil ini diterapkan untuk mengontrol model pesawat terbang yang nyata-nyata non linier dan *decouplable*. Keluaran yang dikontrol adalah sudut  $\phi$  (*pitch*),  $\theta$  (*roll*) dan  $\beta$  (*sideslip*) dengan menggunakan defleksi *rudder*, *aileron* dan *elevator*. Hasil simulasi menunjukkan bahwa untuk sistem lup tertutup, keluaran  $\phi$ ,  $\theta$  dan  $\beta$  dapat dikendalikan secara independen, dan harga akhir yang diinginkan dapat dicapai dalam waktu yang relatif singkat, dengan tingkat kesalahan yang sangat rendah.

Di waktu mendatang, akan sangat menarik jika penelitian ini dilanjutkan, misalnya dengan menggunakan model roket yang dimiliki LAPAN. Meskipun model roket ini belum tentu *decouplable*, tetapi teknik kontrol sliding mode, secara terpisah, dapat diterapkan.

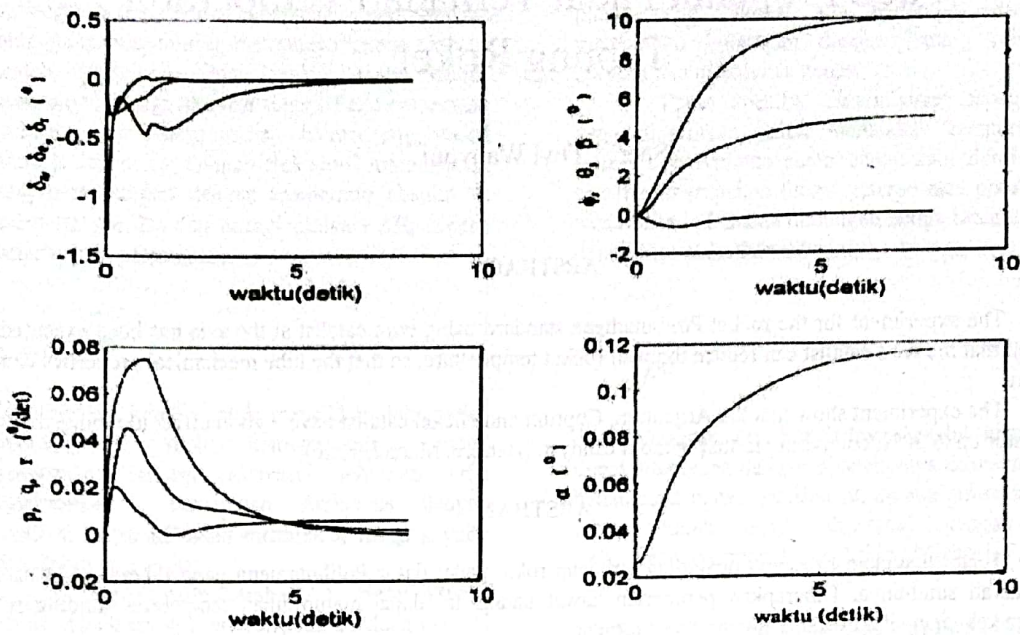
**DAFTAR RUJUKAN**

Andiarti, R., A. Glumineau, C.H. Moog dan F. Plestan, 1993, *Online computable guidance for atmospheric flight of a spacecraft*, Proc. XII IFAC World Congress, Sydney, hal VII: 183-186.

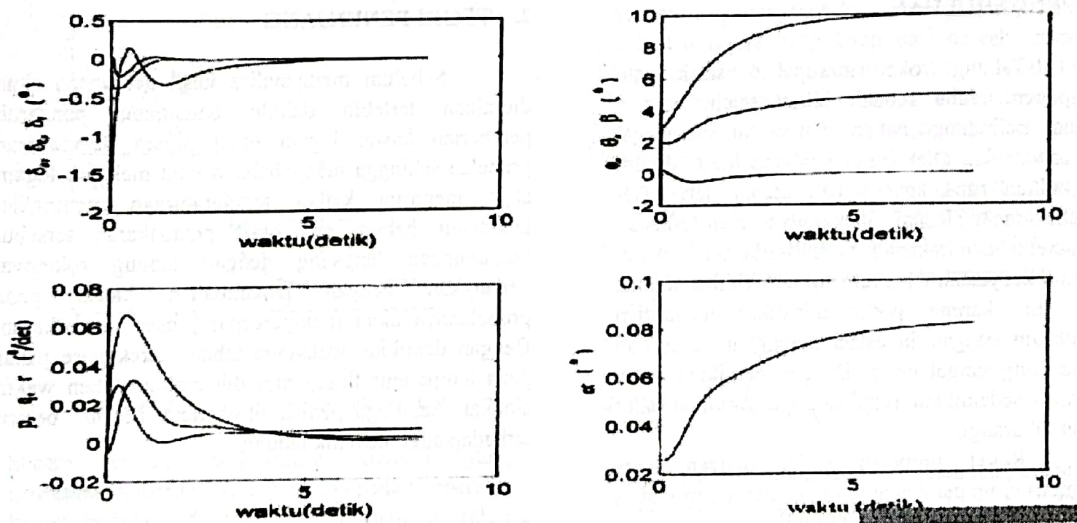
- Descose, J. dan C.H. Moog, 1987, *Dynamic decoupling for right-invertible nonlinear systems*, Systems & Control Letters, Vol. 8, hal. 345-349.
- Di Benedetto, M.D., J.W. Grizzle dan C.H. Moog, 1989, *Rank invariants of nonlinear systems*, SIAM J. Control and Optimization, Vol. 27, hal 658-672.
- Fliess, M., 1987, *A note on invertibility of nonlinear input-output differential systems*, Systems & Control Letters.
- Glumineau A., M. Hamy, C. Lanier dan C.H. Moog, 1993, *Robust control of a brushless servo motor via sliding mode techniques*, Int. Journal Control, Vol. 58, No. 5, hal. 979-990.
- Isidori, A., A.J. Krener, C.G. Giorgi dan S. Monaco, 1981, *Nonlinear Decoupling via feedback: a differential geometric approach*, IEEE Trans. Automatic Control, Vol. 26, hal 331-345.
- Isidori, Alberto, 1989, *Nonlinear Control Systems*, 2<sup>nd</sup> Edition, Springer Verlag, Berlin.
- Ramirez, Sira, 1988, *Differential geometric methods in variable structure control*, Int. Journal Control, Vol. 48, hal. 1359-1390.
- Singh, S.N. dan J.J. Romano, 1990, *I-O Map inversion, zero dynamics and flight control*, IEEE Trans. Aerospace and Electronic systems, Vol. 26, No. 6, hal 1022-1028.
- Singh, S.N., 1988, *Control of nearly singular systems and nonlinear aircraft maneuver*, IEEE Trans. Aerospace and Electronic systems, Vol. 24, No. 6, hal 775-784.
- Singh, S.N., 1989, *Asymptotically decoupled discontinuous control of systems and nonlinear spacecraft maneuver*, IEEE Trans. Aerospace and Electronic systems, Vol. 25, No. 5, hal 380-391.
- Slotine, J.J.E, 1985, *The robust control of robot manipulators*, Int. J. of Robotic Research, Vol. 4, hal. 49-64.

**DAFTAR SIMBOL :**

- $p, q, r$  : komponen kecepatan angular sepanjang sumbu roll, pitch dan yaw (rad/s)
- $V$  : kecepatan pesawat (km/s)
- $g$  : percepatan gravitasi ( $m/s^2$ )
- $\alpha$  : angle of attack
- $\beta$  : angle of sideslip(rad)
- $\theta$  : pitch angle (rad)
- $\phi$  : angle of bank (rad)
- $\psi$  : yaw angle (rad)
- $\delta\alpha, \delta r, \delta\epsilon$  : defleksi sudut aileron, rudder, dan elevator (rad)
- $l$  : rolling moment per  $I_x$  ( $1/s^2$ )
- $m$  : pitching moment per  $I_y$  ( $1/s^2$ )
- $n$  : yawing moment per  $I_z$  ( $1/s^2$ )



Gambar 4-1 : Keluaran dan control input vs. waktu, untuk  $x(0)=0$



Gambar 4-2 : Keluaran dan control input vs. waktu, untuk  $x(0) \neq 0$