

PERHITUNGAN TRANSISI γ DAN WAKTU PARUH DARI INTI BULAT DENGAN MODEL PARTIKEL TUNGGAL

Toga Siagian, R.S. Lasijo
Pusat Penelitian Teknik Nuklir - Badan Tenaga Atom Nasional

ABSTRAK

PERHITUNGAN TRANSISI γ DAN WAKTU PARUH DARI INTI BULAT DENGAN MODEL PARTIKEL TUNGGAL. Telah dilakukan perhitungan transisi γ dan waktu paruh inti bulat menggunakan model partikel tunggal serta membandingkannya dengan data pengamatan. Analisis dilakukan terhadap inti ^{57}Fe dengan hasil nilai transisi γ nya untuk multipol M1 dan E2 masing-masing adalah $83,8255 \times 10^6 \text{ detik}^{-1}$ dan $54,5661 \text{ detik}$ dan waktu paruhnya adalah $78,46 \times 10^{-9} \text{ detik}^{-1}$. Hasil yang diperoleh mendekati harga hasil pengamatan yang dapat dilihat dari *table of isotopes* yaitu sebesar $98 \times 10^{-9} \text{ detik}$.

ABSTRACT

THE CALCULATION OF γ TRANSITION AND HALF TIME OF NUCLEI WITH SINGLE PARTICLE MODEL. It has been calculated γ transition and half time of nuclei with single particle model. Theoretical calculation is compared to experimental data. The analysis have been done for ^{57}Fe nuclei with result γ transition values for multipol M1 dan E2 are $83.8255 \times 10^6 \text{ sec}^{-1}$ respectively and half time is $78.46 \times 10^{-9} \text{ sec}$. The final result is closed to experimental data with value of half time is $98 \times 10^{-9} \text{ sec}$ as shows in table of isotopes.

PENDAHULUAN

Penelitian bentuk inti pertama kali dilakukan oleh Schüller dan Schmid [1] dengan menggunakan besar momen kuadrupol listrik struktur sangat halus dalam spektra atom. Dalam hal ini, momen kuadrupol listrik merupakan ukuran deviasi distribusi listrik inti berbentuk bulat (sferik). Jadi momen ini dapat memberi gambaran tentang bentuk inti, yaitu inti akan berbentuk bulat apabila momen kuadrupol listriknya berharga nol.

Bila suatu inti berada dalam keadaan teruja (eksitasi) maka ia akan berusaha kembali ke keadaan tingkat dasarnya (deeksitasi) dengan beberapa cara, antara lain melalui pemancaran sinar γ , pemancaran elektron konversi internal dan dapat pula melalui pemancaran pasangan elektron-positron internal. Umumnya pemancaran sinar γ atau pemancaran elektron konversi internal terjadi bersamaan dengan peluruhan radionuklida induk.

Transisi γ adalah proses deeksitasi suatu anak luruh yang bisa terjadi melalui pemancaran suatu sinar γ tunggal yang tenaganya adalah selisih antara tingkat uja dan tingkat dasarnya dan juga bisa terjadi melalui suatu riam (cascade) dari beberapa sinar γ yang terletak diantara beberapa tingkat tenaga serta transisi γ tunduk pada suatu kaidah seleksi.

Pada penelitian ini perhitungan transisi γ dan waktu paruh dilakukan untuk inti bulat dengan menggunakan model partikel tunggal. Dalam model ini beberapa partikel yang lepas yang berada dalam kulit yang belum penuh, dianggap memegang peranan dalam menentukan sifat-sifat dari intinya.

PROBABILITAS TRANSISI γ

Sinar gamma merupakan gelombang elektromagnetik dengan energi tinggi dan bersifat sebagai partikel yang disebut foton. Peluruhan γ dari satu inti, terjadi pada inti yang berada dalam keadaan tereksitasi dengan energi yang lebih besar dari keadaan dasar sehingga inti akan berdeeksitasi kembali ke keadaan dasar dengan memancarkan foton. Energi fotonnya akan sesuai dengan perbedaan energi antara keadaan awal dan keadaan akhir dari transisi tersebut, yaitu :

$$h\nu = E_i - E_f \quad (1)$$

E_i adalah energi pada keadaan awal; E_f adalah energi pada keadaan akhir, $h\nu$ adalah energi foton, h adalah konstanta Planck dan ν adalah frekuensi foton.

Terjadinya proses deeksitasi inti disebabkan adanya interaksi energi partikel bermuatan dan medan elektromagnetik yang dapat diu-

raikan dengan suatu deret momen multipol. Karena momen multipol pada umumnya berbentuk tensor yang dapat ditulis sebagai T_L^μ maka dengan teori Wigner-Eckart momen itu dapat ditulis sebagai :

$$(J_f M_f / T_L^\mu / J_i M_i) = (J_i L M_i \mu / J_f M_f) (J_f / T_L / j_i) \quad (2)$$

$(J_i L M_i \mu / J_f M_f)$ = koefisien Clebsch-Gordan; $(J_f / T_L / j_i)$ = elemen matrik reduksi di mana J_i dan J_f masing-masing bilangan kuantum momentum sudut total awal dan akhir; M_i dan M_f masing-masing bilangan kuantum magnetik awal dan akhir; μ adalah bilangan kuantum magnetik dan L adalah momentum sudut yang juga menunjukkan radiasinya. Probabilitas transisi sinar γ per satuan waktu, λ , antara dua tingkat uja J_i dan J_f dengan multi polaritas L dinyatakan sebagai :

$$\lambda (EL) = \frac{8 \pi (L+1)}{L [(2L+1)!!]^2} \frac{k}{h} \sum | Q_M + Q_M' |^2 \quad (3)$$

$$\lambda (ML) = \frac{8 \pi (L+1)}{L [(2L+1)!!]^2} \frac{k}{h} \sum | M_M + M_M' |^2 \quad (4)$$

Elemen matrik Q , Q' , M dan M' didefinisikan sebagai :

$$Q_M = e \langle J_f M_f | \sum_{\alpha=1}^z (\bar{r}_\alpha)^L Y_M^L(\theta_\alpha, \Phi_\alpha) | J_i M_i \rangle,$$

$$Q_M' = -\frac{1}{L+1} \frac{e}{2m} \langle J_f M_f$$

$$\left| \sum_{\alpha=1}^A \mu_\alpha (pr^{-L} Y_M^L)_\alpha (\bar{r} X \bar{\sigma}) \right| J_i J_f \rangle,$$

$$M_M = -\frac{1}{L+1} \frac{e}{2m} \langle J_f M_f$$

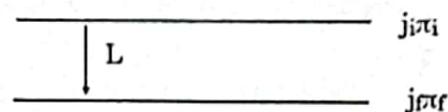
$$\left| \sum_{\alpha=1}^z (pr^{-L} Y_M^L)_\alpha l_\alpha \right| J_i M_i \rangle,$$

$$M_M' = \frac{e}{2m} \langle J_f M_f \left| \sum_{\alpha=1}^A \mu_\alpha (pr^{-L} Y_M^L)_\alpha \sigma_\alpha \right| J_i M_i \rangle,$$

Dalam hal ini dengan e = muatan proton; m = massa nukleon; (r, θ, ϕ) = koordinat nukleon; $\bar{r} = kr$ = bilangan gelombang; α = nukleon yang terdapat dalam inti; Z dan A masing-masing jumlah proton dan jumlah nukleon dalam inti; $p = -i\hbar \Delta$ = operator momentum nukleon; l dan σ masing-masing momentum sudut orbital dan operator spin nukleon dan μ adalah momen magnetik (dalam satuan nuclear magneton).

KAIDAH SELEKSI

Kaidah seleksi menggambarkan transisi dari status keadaan awal ke keadaan akhir, berupa interaksi elektromagnetik dengan multipol orde L seperti yang ditunjukkan pada Gambar 1.



Gambar 1. Transisi dari status $j_i \pi_i$ ke status $j_f \pi_f$ dengan multipol orde L .

Dari Gambar 1, j_i dan j_f masing-masing momentum sudut total keadaan awal dan keadaan akhir dengan π_i dan π_f masing-masing berupa paritas keadaan awal dan keadaan akhir, sehingga dari persamaan (2) dapat diperoleh kaidah seleksi sebagai :

$$|j_i - j_f| \leq L \leq j_i + j_f \quad (5)$$

Dalam hal ini, dapat ditentukan paritas untuk transisi multipol listrik EL dan paritas untuk transisi multipol magnet ML sebagai :

$$\text{multipol listrik (EL)} \pi = (-1)^L \quad (6)$$

$$\text{multipol magnet (ML)} \pi = -(-1)^L \quad (7)$$

Dalam Tabel 1 tanda [...] berarti tidak berlaku untuk j_i atau $j_f = 0$, dan yang dimaksud dengan "hal khusus" adalah momentum sudut minimum yang dapat dibawa oleh sebuah foton (sudut γ) adalah satu satuan. Karenanya tidak diperolehkan adanya transisi di antara dua tingkatan yang spinnya sama dengan nol dengan pemancaran sinar γ . Osilasi listrik yang mungkin terjadi di dalam transisi ini hanyalah yang disebabkan oleh pemuaian dan penyusutan volume inti. Proses pembentukan denyutan ini tidak menghasilkan perubahan medan elektromagnet pada suatu jarak tertentu dari inti sehingga tidak akan menyebabkan pemancaran foton. Tetapi inti yang berdenyut seperti ini akan berinteraksi dengan elektron-elektron

Tabel 1. Menunjukkan beberapa transisi dengan multipol yang paling mungkin.

| J = j _i - j _f | π _i π _f | Multipol | | |
|---------------------------------------|-------------------------------|----------|-----|--------|
| 0 → 0 | | (E0) | hal | khusus |
| 1/2 → 1/2 | +1 | (E0) | M1 | |
| 1/2 → 1/2 | -1 | (E0) | E1 | |
| 0 | +1 | (E0) | M1 | E2 |
| 0 | -1 | | E1 | M2 |
| 1 | +1 | | M1 | [E2] |
| 1 | -1 | | E1 | [M2] |
| 2 | +1 | | E2 | [M3] |
| 2 | -1 | | M2 | [E3] |
| 3 | +1 | | M3 | [E4] |
| 3 | -1 | | E3 | [M4] |

orbital dari atom, karena fungsi gelombang elektron tidak sama dengan nol di dalam volume inti. Karenanya transisi inti dapat terjadi dengan tingkatan yang tereksitasinya memindahkan energi kesuatu elektron, menyebabkan elektron keluar dari atom. Proses ini disebut sebagai pemancaran elektron konversi internal.

MODEL PARTIKEL TUNGGAL

Dari persamaan (3) dan (4) kemungkinan transisi untuk multipol listrik EL dan multipol magnet ML berdasarkan model partikel tunggal adalah :

$$T_{sp}^{(EL)} = \frac{4,4 (L+1)}{L [(2L+1)!!]^2} \left(\frac{3}{L+3} \right) \left(\frac{h\omega}{197 \text{ Mev}} \right)^{2L+1} R^{2L} S_{J_i L J_f} 10^{21} \text{ sec}^{-1} \quad (8)$$

$$T_{sp}^{(ML)} = \frac{0,19 (L+1)}{L [(2L+1)!!]^2} \left(\frac{3}{L+3} \right)^2 \left(\mu_p L - \frac{L}{L+1} \right)^2 \left(\frac{h\omega}{197 \text{ Mev}} \right)^{2L+1} R^{2L-1} X S_{J_i L J_f} 10^{21} \text{ sec}^{-1} \quad (9)$$

$$R = \text{jari-jari inti} = 1,45 \cdot 10^{-13} A^{1/3} \text{cm} \quad (10)$$

A = bilangan massa

$$\mu_p = \text{momen magnetik proton} = 2,79 \quad (11)$$

$$h\omega = E_\gamma (\text{Mev}) \quad (12)$$

S_{J_iLJ_f} = faktor statistik

$$= (2l_i + 1) (2l_f + 1) (2l + 1) (2j_f + 1) \left| V(l_i l_f L; 000) \right|^2$$

$$\left| W(l_j i l_f j_f, \frac{1}{2}, L) \right|^2 \quad (13)$$

$$\text{untuk } L = |j_i - j_f| \text{ dan } j_f = j_i - L, l_f = l_i - L \quad (14)$$

$$S_{J_i L J_f} = \frac{(j_i - 1/2)!! (2L+1)!! (2j_f)!!}{(2j_i)!! L! (j_f - 1/2)!} \quad (15)$$

$$S_{L+1/2, L, 1/2} = 1 \quad (16)$$

Bila j_f > j_i, digunakan prinsip *detailed balanced* :

$$\frac{S_{J_i L J_f}}{S_{J_f L J_i}} = \frac{2j_i + 1}{2j_f + 1} = \quad (17)$$

Nilai-nilai kemungkinan transisi γ untuk multipol EL dan ML yang merupakan fungsi dari bilangan massa A, energi E_γ dan faktor S_{J_iLJ_f} ditunjukkan pada Tabel 2.

Tabel 2. Harga-harga transisi γ untuk EL dan ML.

| Multi-polaritas | T _{sp} dalam per detik |
|-----------------|---|
| E ₁ | : 1,5 · 10 ¹⁴ A ^{2/3} E _γ ³ S _{J_iLJ_f} |
| M ₁ | : 2,8 · 10 ¹³ E _γ ³ S _{J_iLJ_f} |
| E ₂ | : 1,6 · 10 ⁸ A ^{4/3} E _γ ⁵ S _{J_iLJ_f} |
| M ₂ | : 1,2 · 10 ⁸ A ^{2/3} E _γ ⁵ S _{J_iLJ_f} |
| E ₃ | : 1,1 · 10 ² A ² E _γ ⁷ S _{J_iLJ_f} |
| M ₃ | : 1,8 · 10 ² A ^{4/3} E _γ ⁷ S _{J_iLJ_f} |
| E ₄ | : 5,1 · 10 ⁻⁵ A ^{8/3} E _γ ⁹ S _{J_iLJ_f} |
| M ₄ | : 1,5 · 10 ⁻⁴ A ² E _γ ⁹ S _{J_iLJ_f} |
| E ₅ | : 1,6 · 10 ⁻¹¹ A ^{10/3} E _γ ¹¹ S _{J_iLJ_f} |
| M ₅ | : 7,5 · 10 ⁻¹¹ A ^{8/3} E _γ ¹¹ S _{J_iLJ_f} |

Karena umur rata-rata berbanding terbalik dengan kemungkinan transisi, maka dapat ditulis :

$$\tau_\gamma = \frac{1}{T_{sp}} \quad (18)$$

Sedangkan umur paruhnya ln 2 kali umur rata-rata, yaitu :

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{T_{sp}} \quad (19)$$

PERHITUNGAN

Dari data eksperimen untuk ^{57}Fe ditunjukkan tingkat energi serta transisi multipolnya pada Gambar 2.

| J π | MeV |
|-------------------|-----------|
| 3/2 - | 0,0144125 |
| ↓ M1 + 0,0005% E2 | |
| 1/2 - | 0 |

Gambar 2. Tingkat eksitasinya dari inti A- ganjil $^{57}_{26}\text{Fe}$.

Berikut ini adalah hasil perhitungan transisi γ dan waktu paruhnya yang telah dilakukan:

- Multipol M1 dengan T_{sp} dan umur rata-rata masing-masing $83,8255 \times 10^6 \text{detik}^{-1}$ dan $11,93 \times 10^{-9}$ detik.
- Multipol E2 dengan T'_{sp} dan umur rata-rata masing-masing $54,5661 \text{detik}^{-1}$ dan $0,0005\%$

DAFTAR PUSTAKA

1. Pal, M. K., Nuclear Shell Model, Theory of Nuclear Structure (1982).
2. Lasijo, R. S., Fisika Inti, Ilmu Pengetahuan dan Teknologi Nuklir, Kumpulan Kuliah S2, Kerjasama BATAN-ITB (1978).
3. Michael, L.C. and Virginia, S.S., Table of Isotopes, Lawrence Berkeley Laboratory University of California Berkeley, 7th ed. (1978).

DISKUSI

Ilias Ginting:

Apakah penelitian ini dilakukan secara eksperimental dengan menggunakan model partikel tunggal ataupun data diambil secara teoritik?

Toga Siagian:

Data eksperimen yang dimaksud adalah data yang telah ada pada *table of isotopes* dan kemudian dibandingkan dengan hasil perhitungan secara teori dengan menggunakan model partikel tunggal.

Ace Setiadi:

Coba jelaskan aplikasi lebih lanjut pemakaian model ini, barangkali kita bisa pakai pada penelitian mendatang.

Toga Siagian:

Terimakasih. Aplikasi lebih lanjut adalah dengan model ini kita akan dapat menghitung transisi γ dari waktu paruh untuk inti- inti bulet tertentu

Suwardi:

Apakah perhitungan /penyelesaian model dilakukan secara manual ataukah sudah dibuat program komputernya?

Mohon dijelaskan mengapa aplikasinya pada penelitian ini untuk 1 macam saja yaitu ^{57}Fe .

E2 adalah $91,632 \times 10^{-9}$ detik. Jadi untuk transisi multipol M1+ 0,0005%E2 umur rata-ratanya adalah $103,562 \times 10^{-9}$ detik. Dengan menggunakan persamaan (19) maka waktu paruhnya adalah sebesar $78,46 \times 10^{-9}$ detik. Hasil ini jika dibandingkan dengan data pengamatan yang dapat dilihat dalam *table of isotopes* [3], yaitu sebesar 98×10^{-9} detik mempunyai orde yang kurang lebih sama.

KESIMPULAN

Hasil analisis dan perhitungan teori menunjukkan bahwa inti ^{57}Fe memiliki umur rata-rata pada transisi γ dengan multipol M1+ 0,0005%E2 sebesar $103,562 \times 10^{-9}$ detik dan waktu paruh $78,46 \times 10^{-9}$ detik. Dengan membandingkan perhitungan teoritis dan hasil pengamatan, yang dapat dilihat dalam *table of isotopes* ditunjukkan bahwa model partikel tunggal mampu memberi gambaran yang cukup baik dalam menentukan transisi γ dan waktu paruh dari inti bulat tertentu.

Toga Siagian:

Dihitung secara manual

Pada kesempatan ini kami hanya mengaplikasikan untuk ^{57}Fe saja, tapi dapat juga dilakukan untuk inti-inti bulat yang lain.

Wardaya:

Pendekatan partikel tunggal di sini dipakai untuk partikel apa?. Penyimpangan /koreksinya berapa persen ?

Apakah data dalam *table of isotopes* yang dipakai adalah data eksperimen atau barangkali data tersebut justru diturunkan secara teori

Toga Siagian:

Partikel tunggal yang dimaksud adalah untuk partikel yang bebas yang belum penuh. Dari hasil perhitungan dan jika dibandingkan dengan data pengamatan mempunyai orde yang kurang lebih sama. Jika dibuat koreksi untuk ^{57}Fe adalah $\pm 10\%$.

Data dari *table of isotopes* adalah data eksperimen.