

ANALISIS FUNGSI AKTIVASI BASIS RADIAL PADA JARINGAN SARAF TIRUAN UNTUK Mendukung PREDIKSI GANGGUAN GEOMAGNET

John Maspupu

Pusat Sains Antariksa-LAPAN

e-mail: john_mspp@yahoo.com

Abstrak. Makalah ini membahas suatu fungsi aktivasi khusus pada JST atau jaringan syaraf tiruan untuk mendukung sistem prediksi gangguan geomagnet. Fungsi aktivasi khusus ini lebih dikenal dengan sebutan fungsi basis radial (*radial basis functions - RBF*). Selain itu dalam makalah ini juga diberikan suatu simulasi tentang penerapan fungsi aktivasi basis radial pada penentuan bobot JST. Untuk mendapatkan tingkat gangguan geomagnet kita perlu mengetahui variasi hari tenang geomagnet. Dengan demikian untuk memprediksi tingkat gangguan geomagnet, cukup diprediksi variasi hari tenangnya dan kemudian dibandingkan dengan hasil-hasil pemantauan variasi harian geomagnet di stasiun pengamatan tertentu. Informasi yang diperoleh dari hasil kajian teori menunjukkan bahwa wujud fungsi aktivasi basis radial ini adalah berbentuk distribusi fungsi Gauss, sehingga memiliki sifat-sifat probabilitas distribusi normal. Oleh karena itu pembelajaran dengan menggunakan fungsi aktivasi basis radial ini secara teori lebih cocok diterapkan pada algoritma *Probabilistic Neural Network (PNN)*. Selain itu penentuan bobot JST sangat tergantung pada matriks interpolasi yang nonsingulir. Hal ini terkait dengan perbandingan antara banyaknya fungsi basis radial di lapisan tersembunyi dan banyaknya pola masukan.

Kata kunci : *Fungsi aktivasi, Basis radial, JST, Gangguan, Geomagnet.*

Abstract. This paper discusses the special activation function on artificial neural network (*ANN*) for support the prediction system of geomagnetic disturbance. This activation function is known as radial basis function – *RBF*. We also discuss simulation of application of the activation function radial basis to determine an weight on *ANN*. Information from study result of theory showed that the activation function of this radial basis in reality is distribution form of *Gauss* function. Thus, the radial basis function has properties normal distribution probability. Therefore, the learning of this activation function theoretically to more suitable to be applied on algorithm probabilistic neural network (*PNN*). On the other hand, weight formulation of artificial neural network is depend on the nonsingular interpolation matrix. This case related to ratio between the number of radial basis function at hidden layers and the number input pattern.

Keywords : Activation function, Radial basis, ANN, Geomagnetic disturbance

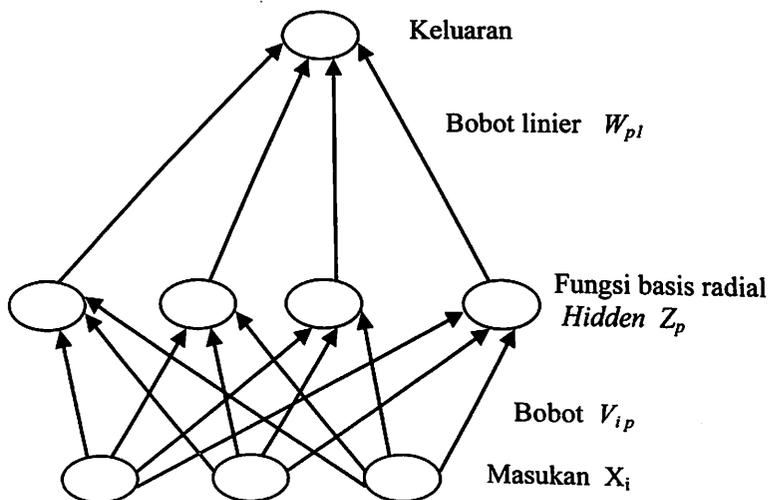
1. Pendahuluan

Fungsi basis radial ini telah diperkenalkan dan dikembangkan oleh Buhmann, (2003). Sedangkan teori dan beberapa aplikasi lainnya dapat dilihat pada Yee dan

Haykin S, 2001. Begitu juga aplikasi fungsi basis radial yang menyangkut prediksi gangguan maupun badai geomagnet dapat dilihat di Gleisner dan Luncsted (2001) dan Kugblenu et al., 1999. Dari beberapa informasi pada referensi di atas, timbul pemikiran untuk menganalisis dan mengkaji fungsi basis radial tersebut sebagai salah satu fungsi aktivasi pada JST. Dengan demikian tujuan pembahasan makalah ini adalah untuk mengetahui sifat-sifat fungsi basis radial yang digunakan sebagai fungsi aktivasi pada JST. Selain itu, variasi harian geomagnet merupakan hasil penjumlahan dari variasi hari tenang dan gangguan geomagnet. Dengan perkataan lain gangguan geomagnet adalah selisih antara variasi harian geomagnet dengan variasi hari tenang. Komponen masukan yang digunakan dalam sistem JST ini adalah waktu lokal (*local time*), posisi lintang, urutan bilangan variasi hari tenang (*quiet time daily variations number*) dan bilangan bintang matahari (*sunspot number*). Sedangkan yang menjadi target adalah data variasi hari tenang dari stasiun pengamatan Lapan. Namun yang menjadi masalah adalah menunjukkan wujud pembentukan fungsi aktivasi radial basis dan cara penentuan bobot JST pada pembelajaran dengan menggunakan fungsi basis radial tersebut. Manfaat dari hasil analisis fungsi aktivasi radial basis ini, nantinya digunakan dalam algoritma JST sebagai suatu kesatuan perangkat lunak (*software*) yang dapat diterapkan pada sistem prediksi tingkat gangguan geomagnet di LAPAN.

2. Data dan Metode

Arsitektur JST atau jaringan syaraf tiruan yang menggunakan fungsi aktivasi basis radial ini memiliki tiga lapisan yaitu : lapisan masukan , satu lapisan tersembunyi dengan fungsi aktivasi basis radial nonlinier dan satu lapisan keluaran yang bersifat linier. Arsitektur JST ini dinyatakan dalam bentuk diagram sebagai berikut :



Gambar 2-1. Diagram JST dengan aktivasi fungsi basis radial.

Misalkan suatu vektor x digunakan sebagai masukan untuk semua fungsi basis radial dengan masing-masing parameter yang berbeda. Dengan demikian JST adalah suatu kombinasi linier dari keluaran fungsi-fungsi basis radial. Sehingga keluarannya adalah suatu pemetaan dari wilayah (*domain*) R^n ke kowilayah (*codomain*) R atau ditulis, $\varphi : R_n \longrightarrow R$, dengan $\varphi(x)$ yang didefinisikan sebagai,

$$\varphi(x) = \sum_{i=1}^N a_i \rho(\|x - c_i\|). \quad 2-1$$

Dalam hal ini N adalah banyaknya neuron pada lapisan tersembunyi, c_i adalah vektor pusat untuk neuron ke i , dan a_i adalah bobot linier neuron di lapisan tersembunyi ini, aktivasi basis radial yang terkait dengan setiap neuron di lapisan tersembunyi ini, memiliki norm khusus yaitu jarak Euclidean (*Euclidean distance*) sehingga wujudnya adalah fungsi Gauss (*Gaussian function*) (lihat Buhmann, 2003; Haykin S, 1999). Dengan demikian fungsi basis radial ini juga memiliki sifat-sifat distribusi fungsi Gauss. Sifat-sifat tersebut antara lain merupakan fungsi genap yang simetri terhadap sumbu tegak dalam sistem koordinat XOY. Dalam statistik distribusi fungsi Gauss ini juga dikenal sebagai fungsi densitas distribusi normal, sehingga dapat memenuhi kriteria-kriteria konsep probabilitas. Oleh karena itu, pembelajaran dengan menggunakan fungsi aktivasi basis radial ini secara teori lebih cocok dikenakan pada algoritma *Probabilistic Neural Network (PNN)*. Namun dalam prakteknya dapat saja dikenakan pada algoritma lainnya seperti algoritma *Supervised*. Namun, fungsi aktivasi basis radial yang diterapkan pada algoritma pelatihan dengan umpan maju (*feed forward*) maupun algoritma perambatan mundur dari galat (*back propagation of error*) perlu diuji keandalannya dengan data variasi harian geomagnet terdahulu untuk mengetahui seberapa besar akurasi hasil prediksinya. Fungsi basis radial yang berbentuk Gaussian ini secara matematis dapat ditulis sebagai berikut:

$$\rho(\|x - c_i\|) = \exp\left[-\beta \|x - c_i\|^2\right] = \exp\left[-\beta (x(t) - c_i)^2\right] \quad 2-2$$

Selanjutnya bila norm x membesar tanpa batas maka limit fungsi Gauss tersebut akan mendekati nol, atau secara matematis ditulis $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} \rho(\|x - c_i\|) = 0$. Ini berarti perubahan parameter dari suatu neuron hanya mempunyai efek sangat kecil terhadap nilai masukan yang jauh dari pusat. Fungsi aktivasi basis radial juga disebut sebagai *universal approximators* pada suatu himpunan bagian kompak dari R_n . Ini berarti bahwa fungsi aktivasi basis radial dengan neuron tersembunyi yang cukup, dapat didekati dengan suatu fungsi kontinyu. Bobot-bobot a_i , c_i dan β ditentukan dengan cara mengoptimalkan kecocokan antara fungsi φ dan data.

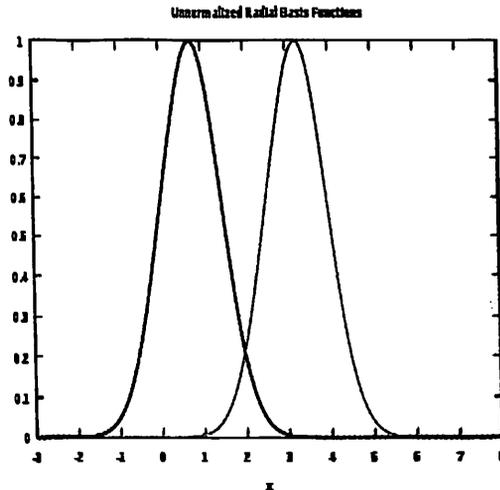
Sebagai tambahan untuk proses non normalisasi di atas, JST atau jaringan syaraf tiruan dengan fungsi aktivasi basis radial selalu dapat dinormalisasikan. Sehingga untuk kasus tersebut pemetaannya dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$\varphi(x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\sum_{i=1}^N a_i \rho(\|x - c_i\|)}{\sum_{i=1}^N \rho(\|x - c_i\|)} = \sum_{i=1}^N a_i u(\|x - c_i\|) \quad 2-3$$

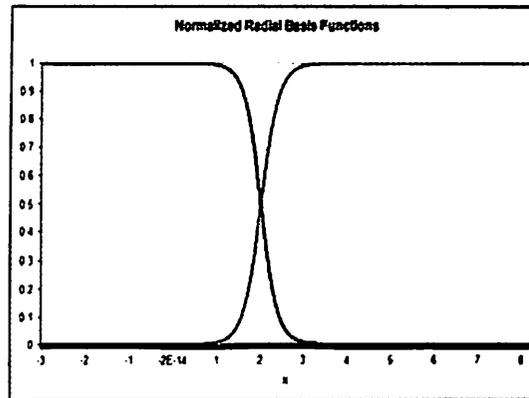
Dalam hal ini fungsi basisnya mengambil bentuk seperti di bawah ini,

$$u(\|x - c_i\|) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\rho(\|x - c_i\|)}{\sum_{i=1}^N \rho(\|x - c_i\|)} \quad 2-4$$

Wujud dari $\varphi(x)$ di persamaan (2-3) dengan fungsi basis di persamaan (2-4) ini, dikenal sebagai *fungsi basis radial normal*. Sedangkan wujud dari $\varphi(x)$ di persamaan (2-1) dengan fungsi basis di persamaan (2-2) lebih dikenal sebagai *fungsi basis radial non normal*. Selain itu, geometri dua fungsi basis radial yang tidak dinormalkan dapat dilihat pada Gambar 2-2. Sedangkan geometri dua fungsi basis radial yang dinormalkan dapat dilihat pada Gambar 2-3.



Gambar 2-2. Dua fungsi basis radial yang tidak dinormalkan dalam satu dimensi masukan. Pusat fungsi basis yang dilokasikan pada $c_1 = 0.75$ dan $c_2 = 3.25$.



Gambar 2-3. Dua fungsi basis radial yang dinormalkan dalam satu dimensi masukan. Pusat-pusat fungsi basis yang dilokasikan pada $c_1 = 0.75$ dan $c_2 = 3.25$.

3. Hasil dan Pembahasan

Bagian ini membahas suatu simulasi tentang penentuan bilangan bobot pada proses pembelajaran JST dengan menggunakan fungsi basis radial yang tidak dinormalkan. Suatu pernyataan yang mendukung proses penentuan bobot tersebut adalah sebagai berikut.

Misalkan diberikan himpunan $\{x_i \in R_n \mid i = 1, 2, \dots, N\}$ dengan sebuah himpunan korespondensi N bilangan riil yaitu $\{d_i \in R \mid i = 1, 2, \dots, N\}$. Selanjutnya bentuklah fungsi bernilai riil $F : R_N \longrightarrow R$ yang memenuhi kondisi interpolasi seperti pada referensi Haykin Simon, (1999) yaitu,

$$F(x_i) = d_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad 3-1$$

Menurut penjelasan di Haykin Simon, (1999) dan Yee dan Haykin Simon (2001), fungsi basis radial telah diformulasikan secara eksplisit sebagai,

$$F(x) = \sum_{i=1}^N w_i \phi(\|x - x_i\|) \quad 3-2$$

Kemudian dari Kugblenu et al., (1999) dan Yee dan Haykin Simon (2001) diperoleh persamaan matriks sebagai berikut,

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \dots & \phi_{1N} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \dots & \phi_{2N} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \phi_{N1} & \phi_{N2} & \dots & \phi_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \cdot \\ w_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \cdot \\ d_N \end{bmatrix} \quad 3-3$$

Dalam hal ini $\varphi_{ji} = \varphi(\|x_j - x_i\|)$, dengan $i, j = 1, 2, \dots, N$.

$d^T = (d_1, \dots, d_N)$ adalah vektor target atau vektor respon.

$w^T = (w_1, \dots, w_N)$ adalah vektor bobot linier.

$\Phi = \{\varphi_{ji} \mid j, i = 1, 2, \dots, N\}$ adalah matriks interpolasi yang nonsingulir.

Dengan demikian persamaan (7) dapat ditulis menjadi $\Phi w = d$ atau $w = \Phi^{-1} d$.

Sedangkan galat (*error*) sinyal $e_j = |d_j - y_j|$ dengan y_j adalah vektor keluaran.

Simulasi 1. Misalkan terdapat masukan 4 pola titik dengan posisi (0,0) atau (1,1) terkait pada keluaran angka biner 0, sedangkan posisi (1,0) atau (0,1) terkait pada keluaran angka biner 1. Selanjutnya definisikan suatu pasangan fungsi-fungsi *Gaussian* $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ (*as hidden functions*) sebagai berikut: $\varphi_1(x) = e^{-|x-t_1|^2}$, $t_1 = [1,1]^T$ dan $\varphi_2(x) = e^{-|x-t_2|^2}$, $t_2 = [0,0]^T$.

Tabel 3-1.
Spesifikasi fungsi-fungsi tersembunyi untuk XOR

Pola masukan x	Fungsi $\varphi_1(x)$	Fungsi $\varphi_2(x)$
(1,1)	1	0,1353
(0,1)	0,3678	0,3678
(0,0)	0,1353	1
(1,0)	0,3678	0,3678

Tabel 3-2.
Perhitungan transformasi masukan-keluaran untuk simulasi di atas

Posisi data ke j	Pola masukan x	Respons target d_j	Keluaran nyata y_j
1	(1,1)	0	0,901
2	(0,1)	1	-0,01
3	(0,0)	0	0,901
4	(1,0)	1	-0,01

Dari Tabel 3-1 dan Tabel 3-2, diatas diperoleh matriks interpolasi Φ dan vektor target d^T sebagai berikut,

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0,1353 & 1 \\ 0,3678 & 0,3678 & 1 \\ 0,1353 & 1 & 1 \\ 0,3678 & 0,3678 & 1 \end{bmatrix} \text{ dan } d^T = [0 \ 1 \ 0 \ 1] \quad 3-4$$

Karena matriks Φ bukan matriks bujur sangkar jadi matriks invers Φ^{-1} diganti dengan matriks invers samaran $\Phi^+ = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T$ sehingga $w = \Phi^+ d$. Juga karena fungsi tersembunyi hanya ada dua bentuk yaitu $\varphi_1(\mathbf{x})$ dan $\varphi_2(\mathbf{x})$ jadi setiap unsur pada kolom terakhir dari matriks Φ adalah merupakan nilai fungsi Gaussian yang terpusat pada masing-masing posisi pola masukan yaitu $e^0 = 1$. Dengan demikian matriks transpos dari Φ adalah Φ^T yang berbentuk sebagai berikut,

$$\Phi^T = \begin{bmatrix} 1 & 0,3678 & 0,1353 & 0,3678 \\ 0,1353 & 0,3678 & 1 & 0,3678 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad 3-5$$

Dari Φ^T dan Φ diperoleh matrik invers samaran Φ^+ seperti dibawah ini yaitu,

$$\Phi^+ = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T = \begin{bmatrix} 1,656 & -1,158 & 0,628 & -1,158 \\ 0,628 & -1,158 & 1,656 & -1,158 \\ -0,846 & 1,301 & -0,846 & 1,301 \end{bmatrix} \quad 3-6$$

Dengan perkataan lain dapat dihitung matriks bobot $w = \Phi^+ d = \begin{bmatrix} -2,316 \\ -2,316 \\ 2,602 \end{bmatrix}$ 3-7

Sedangkan vektor galat sinyalnya dihitung berdasarkan bentuk formulasi vektor sinyal e_j

$$\text{yaitu } e_j = |d_j - y_j|. \quad \text{Dengan demikian } e = \begin{bmatrix} |d_1 - y_1| \\ |d_2 - y_2| \\ |d_3 - y_3| \\ |d_4 - y_4| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,901 \\ 1,01 \\ 0,901 \\ 1,01 \end{bmatrix} \quad 3-8$$

Simulasi 2. Misalkan terdapat masukan 4 pola titik dengan posisi (0,0) atau (1,1) terkait pada keluaran angka biner 1, sedangkan posisi (1,0) atau (0,1) terkait pada keluaran angka biner 0. Selanjutnya definisikan suatu pasangan fungsi-fungsi *Gaussian* $\varphi_1(\mathbf{x})$, $\varphi_2(\mathbf{x})$, $\varphi_3(\mathbf{x})$, $\varphi_4(\mathbf{x})$ (*as hidden functions*) sebagai berikut: $\varphi_1(\mathbf{x}) = e^{-|x-t_1|^2}$, $t_1 = [1,1]^T$ dan $\varphi_2(\mathbf{x}) = e^{-|x-t_2|^2}$, $t_2 = [0,0]^T$ juga $\varphi_3(\mathbf{x}) = e^{-|x-t_3|^2}$, $t_3 = [0,1]^T$ serta $\varphi_4(\mathbf{x}) = e^{-|x-t_4|^2}$, $t_4 = [1,0]^T$.

Tabel 3-3.
Spesifikasi fungsi-fungsi tersembunyi untuk XOR

Pola masukan x	Fungsi $\phi_1(x)$	Fungsi $\phi_2(x)$	Fungsi $\phi_3(x)$	Fungsi $\phi_4(x)$
(1,1)	1	0,1353	0,3678	0,3678
(0,1)	0,3678	0,3678	0,1353	1
(0,0)	0,1353	1	0,3678	0,3678
(1,0)	0,3678	0,3678	1	0,1353

Tabel 3-4.
Perhitungan transformasi masukan-keluaran untuk ilustrasi di atas

Posisi data ke j	Pola masukan x	Respons target d_j	Keluaran nyata y_j
1	(1,1)	1	0,901
2	(0,1)	0	-0,01
3	(0,0)	1	0,901
4	(1,0)	0	-0,01

Dari Tabel 3-3 dan Tabel 3-4, diatas diperoleh matriks interpolasi Φ dan vektor target d^T sebagai berikut,

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0,1353 & 0,3678 & 0,3678 \\ 0,3678 & 0,3678 & 0,1353 & 1 \\ 0,1353 & 1 & 0,3678 & 0,3678 \\ 0,3678 & 0,3678 & 1 & 0,1353 \end{bmatrix} \text{ dan } d^T = [1 \ 0 \ 1 \ 0] \quad 3-9$$

Karena matriks Φ adalah matriks bujur sangkar maka matriks invers Φ^{-1} dapat dihitung sehingga $w = \Phi^{-1} d$. Dengan demikian matriks invers dari Φ yaitu Φ^{-1} berbentuk sebagai,

$$\Phi^{-1} = \begin{bmatrix} 1,3373 & -0,4918 & 0,1808 & -0,4918 \\ 0,1808 & -0,4918 & 1,3373 & -0,4918 \\ -0,4918 & 0,1808 & -0,4918 & 1,3373 \\ -0,4918 & 1,3373 & -0,4918 & 0,1808 \end{bmatrix} \quad 3-10$$

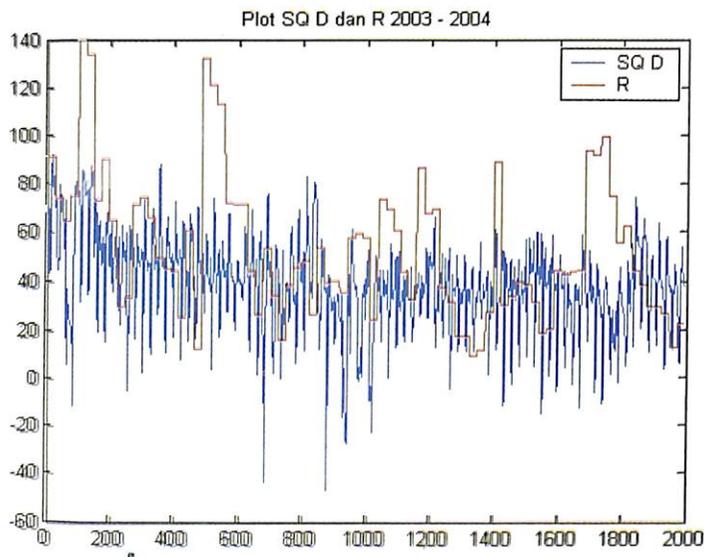
Dari Φ^{-1} dan d diperoleh matriks bobot $w = \Phi^{-1} d = \begin{bmatrix} 1,5181 \\ 1,5181 \\ -0,9836 \\ -0,9836 \end{bmatrix} \quad 3-11$

Sedangkan vektor galat sinyalnya dihitung berdasarkan bentuk formulasi vektor sinyal e_j

$$\text{yaitu, } e = \begin{bmatrix} |d_1 - y_1| \\ |d_2 - y_2| \\ |d_3 - y_3| \\ |d_4 - y_4| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,099 \\ 0,01 \\ 0,099 \\ 0,01 \end{bmatrix}$$

3-12

Contoh aplikasi pengolahan data dengan menggunakan metode jaringan saraf tiruan dengan fungsi radial basis. Data dibagi menjadi 2 bagian dengan komposisi 2/3 untuk pelatihan (data tahun 2000-2002) dan 1/3 untuk pengujian (data tahun 2003-2004). Pengolahan data menggunakan software Matlab. *Spread* yang digunakan adalah 100. Hasil pengolahan pada data pelatihan untuk komponen H memberikan nilai koefisien korelasi antara target dan output jaringan sebesar 0.806. Sedangkan pengolahan dengan data pengujian memberikan nilai koefisien korelasi antara target dan output jaringan sebesar 0.558. Dilihat dari nilai koefisien korelasi ini, maka jaringan cukup baik menganalisis data. Contoh hasilnya seperti ditunjukkan pada Gambar 3-1.



Gambar 3-1. Plot hari tenang geomagnet untuk komponen D stasiun Biak

4. Kesimpulan

Dari uraian di butir 3, ternyata penentuan bilangan bobot JST sangat tergantung pada matriks interpolasi yang nonsingulir. Selanjutnya informasi dari simulasi 1, menunjukkan bahwa jika banyaknya fungsi aktivasi basis radial di lapisan tersembunyi tidak sama dengan banyaknya pola masukan maka akan terbentuk matriks interpolasi

yang singular. Ini berarti untuk dapat menentukan bilangan bobot tersebut perlu dikonstruksi suatu matriks invers samaran. Sedangkan informasi dari simulasi 2, menunjukkan bahwa jika banyaknya fungsi aktivasi basis radial di lapisan tersembunyi sama dengan banyaknya pola masukan maka akan terbentuk matriks interpolasi yang nonsingular. Ini lebih mudah untuk memunculkan matriks invers yang sesungguhnya, sehingga dapat ditentukan bilangan bobot tersebut. Akhirnya semua prosedur ataupun cara dalam simulasi pembahasan penentuan bobot tersebut harus diterjemahkan ke dalam program komputer sehingga dapat diimplementasikan pada data masukan gangguan geomagnet yang siap dipakai (*real time data or near real time data*).

Daftar Rujukan

- Buhmann, 2003, *Radial Basis Functions: Theory and Implementations*, Cambridge University.
- Gleisner and Lundsted, 2001, *A Neural network-based local model for prediction of geomagnetic disturbance*, Journal of Geophysical Research, Vol. 106, no. 5, pp. 8425 - 8433
- Haykin S., 1999, *Neural network : A comprehensive foundation*, Macmillan College Publishing Company, New York.
- Kugblenu S., Taguchi S., OkuzawaT., 1999, *Prediction of the geomagnetic storm associated Dst index using ANN-algorithm*, Journal EPS, 51, pp.303 – 313.
- Yee and Haykin S., 2001, *Regularized Radial Basis Function Networks: Theory and Applications*, John Wiley.