

## PREDIKSI UMUM TRAYEKTORI ROKET SECARA MATEMATIS DENGAN STUDI KASUS ROKET RX-420

Oleh :  
Wigati\*

### **Abstrak**

*Pembakaran propelan yang dibawa roket akan menghasilkan energi. Untuk massa propelan yang sama, besarnya energi yang dihasilkan tergantung kepada jenis atau komposisi propelan dan tergantung pula pada motor tempat dilakukannya pembakaran. Energi ini tergantung pula pada metode atau konfigurasi pembakaran propelan, namun metode pembakaran ini lebih banyak berpengaruh kepada gaya dorong yang dihasilkan. Energi biasa dinyatakan dalam kalori, joule, atau erg. Akan tetapi pada motor roket, energi yang dihasilkan ini seringkali dinyatakan dari kombinasi impuls spesifik  $I_{sp}$ , gaya dorong (thrust), kecepatan pancaran di luar nosel, dan durasi pembakaran. Semakin besar energi yang dihasilkan maka akan semakin jauh dan tinggi trayektori yang dapat ditempuh oleh roket atau wahana. Ini merupakan fungsi linier atau proporsionalitas. Makalah ini antara lain menyajikan bahasan hubungan antara energi yang dihasilkan dari pembakaran propelan dengan trayektori yang ditempuh roket, khususnya yang berhubungan dengan energi kinetik dan asas keseimbangan energi.*  
*Kata kunci: energi, propelan, trayektori, roket, kecepatan.*

### **Abstract**

*Burning of the propellant carried inside the rocket produces energy. For the same mass of the propellant, value of the energy yield is dependent upon the quality or composition of the propellant, and also to the motor where propellant is burned. The energy got is determined by method or configuration of the propellant burning. Energy is presented in calorie, joule, or erg. But in rocketry, energy is usually presented in combination of the specific impulse, thrust, particle speed outside the nozzle, and time burning. The larger energy yield then the longer and higher the trajectory of the rocket. This is a linear function or proportionality. This paper among other things presents relation of the energy yield of propellant burning with respect to the trajectory rocket traveled, concerning kinetic energy and energy balance.*  
*Key words: energi, propelan, trayektori, roket, kecepatan.*

## **1. PENDAHULUAN**

Roket membutuhkan sumber tenaga atau sumber energi, untuk menempuh trayektori yang telah direncanakan. Energi ini diperoleh dari hasil pembakaran bahan bakar pada motor roket. Bahan bakar ini dapat berwujud padat, cair, atau gas. Propelan padat dan cair lebih banyak digunakan daripada gas. Bahan bakar yang telah dibawa oleh roket ini menghasilkan energi yang digunakan untuk melakukan usaha selama waktu pembakaran (burning time). Sebagian tenaga ini akan terbuang berupa panas pada saat pembakaran. Pada umumnya, hanya tenaga yang menghasilkan usaha saja yang diperhitungkan. Berapa tenaga yang terbuang ke lingkungan sekeliling berupa panas jarang sekali diteliti. Meskipun bahan bakar telah habis terbakar namun tenaga yang dihasilkan tidak hilang, kecuali sebagian kecil saja yang hilang untuk melawan gesekan udara (drag), yang kenyataannya juga akan menghasilkan panas di udara. Setelah selesai pembakaran, tenaga yang dihasilkan masih tetap ada pada roket, akan tetapi berubah bentuk menjadi tenaga kinetik. Pada titik tertinggi dari trayektori (titik apogee, untuk roket dengan arah vertikal), energi kinetik ini habis dan seluruhnya berubah bentuk menjadi energi potensial. Pada waktu roket jatuh ke bawah, tenaga potensial ini akan berubah lagi menjadi tenaga kinetik. Energi kinetik akan bertambah terus seraya roket turun menuju permukaan bumi. Sesaat sebelum sampai permukaan bumi, energi kinetik ini mencapai maksimum. Akhirnya roket jatuh menumbuk bumi, dan terkapar di permukaan bumi dengan tenaga nol (tanpa tenaga). Pada saat menumbuk bumi, tenaga kinetik roket yang mencapai maksimum tadi akan masuk kembali ke bumi.

---

\* Peneliti Bidang Kendali, Pusat Teknologi Roket, LAPAN

## 2. BAHAN BAKAR ROKET

### 2.1. Aplikasi Teknologi Propulsi

Di dalam perancangan wahana dirgantara dan pelaksanaan misinya, tidak ada faktor pembatas (*constrains*) yang lebih besar daripada teknologi propulsi. Ekonomi penerbangan angkasa luar ditentukan oleh berapa biaya (*cost*) setiap kilogram massa yang di letakkan pada orbitnya. Begitu pula penjelajahan ruang angkasa antar planit sangat dibatasi oleh penyediaan energi pada wahana. Ini semua menunjukkan bahwa bahan bakar roket memegang peranan penting dalam keseluruhan misi yang dijalankannya. Teknologi propelan ini tidak hanya penting bagi peluncuran roket saja. Satelit, yang bertahun-tahun mengorbit hampir tanpa membutuhkan energi, juga masih memerlukan propelan. Satelit orbit rendah, masih membutuhkan motor untuk mengatasi hambatan udara. Satelit geostasioner, juga masih membutuhkan motor untuk menjaga keadaan stasioner.

#### 2.1. Antara Propelan Padat dan Cair

Penggunaan propelan padat dan propelan cair masing-masing mempunyai alasan sendiri yang kontroversial. Ini terjadi terutama sekitar akhir tahun limapuluhan dan awal enam puluhan. Taruhannya adalah arah pengembangan wahana peluncur untuk misi ke bulan dari *Apollo* atau wahana lain yang lebih besar.

Propelan padat umumnya memberikan keandalan yang lebih mantap dan pengurangan massa yang cukup berarti. Ini disebabkan karena bagian yang bergerak dari mesin menjadi berkurang dan juga karena propelan padat mempunyai densitas yang relatif lebih besar. Di lain pihak, sistem motor dengan propelan cair, pada umumnya memberikan impuls spesifik yang lebih besar dan *thrust control* yang lebih baik. Keunggulan ini disebabkan mesin dengan propelan cair mempunyai kemudahan dalam pengaturan debit propelan (*throttling*), kemampuan *restarting*, dan ketelitian dalam penghentian operasi. Pengembangan motor oksigen cair dan hidrogen cair dengan impuls spesifik yang tinggi dan pengurangan massa yang besar, membawa jenis motor ini pada aplikasi yang luas dan bervariasi.

Terlepas dari pemilihan propelan padat atau propelan cair, penelitian yang disajikan pada tulisan ini lebih condong kepada penggunaan propelan padat. Pertimbangannya, bahwa motor dengan propelan padat lebih mudah dalam penanganan dan lebih murah dalam pembuatan, serta lebih sederhana. Terlebih lagi, secara nasional telah ditetapkan penggunaan propelan padat dalam penelitian motor roket.

## 3. PERHITUNGAN GAYA DORONG

Secara singkat dapat dikatakan bahwa roket bisa naik ke angkasa karena adanya gaya dorong. Oleh karena itu, persamaan fundamental dari unjuk kerja mesin roket adalah persamaan gaya dorong, yaitu :

$$F = \dot{m}V_e + (p_e - p_a)A_e \quad (3-1)$$

di mana :

$F$	=	gaya dorong ( <i>thrust</i> )
$\dot{m}$	=	laju aliran massa propelan
$\dot{m}$	=	$\rho_e V_e A_e$
$\rho_e$	=	densitas fluida pada luaran nosel
$V_e$	=	kecepatan aliran pada luaran nosel
$p_e$	=	tekanan pada luaran nosel
$p_a$	=	tekanan udara sekeliling
$A_e$	=	luasan luaran nosel

Persamaan (3-1) berlaku untuk motor reaksi yang membangkitkan gaya dorong melalui aliran fluida secara paksa, tanpa adanya reaksi oksidasi dengan udara luar. Di dalam penerapan *aerospace*, sebagai fluida kerja adalah berujud gas, misalnya gas nitrogen yang dimampatkan, molekul air yang dihasilkan dari pembakaran (oksidasi) antara oksigen dan hidrogen, atau gas hidrogen yang dipanaskan melalui reaktor nuklir, dan sebagainya. Bila diperlukan efisiensi, gas ini dipanaskan

dengan suhu setinggi mungkin dan diekspansikan melalui nosel supersonik, untuk menaikkan kecepatan  $V_e$ . Tentu saja upaya ini akan menurunkan unsur  $p_e A_e$  dari persamaan (3-1), akan tetapi penurunan unsur ini tidak seberapa dibandingkan dengan kenaikan  $\dot{m}V_e$ . Pada mesin yang besar, umumnya pemanasan gas ini dilakukan secara kimiawi.

#### 4. IMPULS SPESIFIK

Oleh karena unsur yang dominan dari persamaan gaya dorong pada persamaan (3-1) adalah  $\dot{m}V_e$ , maka biasanya persamaan (3-1) dapat ditulis ulang menjadi :

$$F = \dot{m}\left[V_e + \frac{(P_e - P_a)A_e}{\dot{m}}\right] = \dot{m}V_{eq} \quad (4-1)$$

di mana  $V_{eq}$  adalah kecepatan ekuivalen luaran. Bagian  $V_{eq}$  yang disebabkan oleh unsur tekanan selalu jauh lebih kecil daripada  $V_e$ . Oleh karena itu dalam perhitungan, seringkali untuk  $V_{eq}$  ini disederhanakan dan dituliskan sebagai  $V_e$ . Akan tetapi, untuk ketelitian, sebenarnya pengaruh tekanan ini tidak dapat diabaikan. Sebagai ilustrasi, mesin utama *Space Shuttle* akan kehilangan gaya dorong sampai 20 % bila dioperasikan di pantai, dibandingkan kalau beroperasi di angkasa luar yang hampa.

Perubahan momentum total dari propelan yang memancar keluar adalah :

$$I = \int F dt = \int \dot{m}V_{eq} dt \quad (4-2)$$

bila  $V_{eq}$  konstan selama durasi waktu pembakaran, maka persamaan (4-2) menjadi :

$$I = m_p V_{eq} \quad (4-3)$$

di mana  $m_p$  adalah massa propelan. Kondisi  $V_{eq}$  konstan hanya dapat terjadi pada penerbangan horisontal atau penerbangan di ruang hampa. Hal ini disebabkan karena untuk penerbangan lainnya tekanan udara sekeliling pasti berubah, sehingga  $V_{eq}$  juga berubah.

Untuk trayektori yang besar (jauh, tinggi, dan lama), permasalahan seringkali lebih difokuskan kepada efisiensi mesin, daripada ukuran besarnya mesin dan lamanya beroperasi (yaitu nilai  $m_p$ ). Inilah sebabnya perlu didefinisikan impuls spesifik (*specific impulse*) :

$$I_{sp} = \frac{I}{m_p} = V_{eq} = \frac{F}{\dot{m}} \quad (4-4)$$

Definisi menurut fisika dasar ini mempunyai satuan sama dengan satuan kecepatan yaitu meter per detik. Untuk lingkungan rekayasa (*engineering*), lebih umum digunakan laju aliran bobot propelan  $\dot{m}g$ , sebagai pengganti laju aliran massa propelan  $\dot{m}$ . Ini akan menghasilkan definisi impuls spesifik :

$$I_{sp} = \frac{I}{m_p g} = \frac{V_{eq}}{g} = \frac{F}{\dot{m}g} \quad (4-5)$$

Dengan definisi pada persamaan (4-5) ini, impuls spesifik mempunyai satuan detik.

#### 5. ENERGI DAN DAYA MOTOR

Pada suatu motor, baik motor bakar, motor listrik, ataupun motor lainnya, terdapat spesifikasi tertentu yang dapat menandakan besarnya ukuran dari motor tersebut. Spesifikasi yang paling banyak digunakan adalah daya motor. Semakin besar dayanya, biasanya semakin besar pula ukuran fisiknya. Spesifikasi daya motor seringkali menyatakan kemampuan motor untuk melayani bebannya. Setelah daya motor, baru spesifikasi lainnya yang diberikan, misalnya torsi, dan kecepatan putaran untuk motor rotasi. Pada suatu motor, daya yang tercantum pada *name plate*, bukan berarti motor selalu menghasilkan daya sebesar itu. Misalnya motor 100 watt dibebani dengan beban 70 watt, tidak akan menghasilkan daya 100 watt, melainkan hanya 70 watt, sesuai dengan bebannya (dalam hal ini

dianggap rendemen 100 %). Kalau bebannya berubah maka daya yang dihasilkan juga berubah. Daya sesaat dapat dinyatakan sebagai hasil perkalian vektor antara kecepatan dan gaya, yaitu :

$$p(t) = \bar{F}(t) \cdot \bar{v}(t)$$

$$p(t) = |F(t)v(t)| \cos \phi \quad (5-1)$$

di mana :

$$F(t) = \text{ gaya sesaat}$$

$$v(t) = \text{ kecepatan sesaat}$$

$$\phi = \text{ sudut antara arah gaya dan arah kecepatan.}$$

Untuk motor roket, oleh karena arah gaya berimpit dengan arah kecepatan, maka :

$$p(t) = FV_{eq} \quad (5-2)$$

Dalam uji statik motor roket, daya ini tidak ditentukan dan dinyatakan secara eksplisit. Akan tetapi dari hasil uji statik ini, dapat diketahui nilai daya dari motor, yaitu :

$$p(t) = FI_{sp} g \quad (5-3)$$

Energi yang diberikan oleh motor roket selama peluncuran adalah :

$$E = FI_{sp} gT_b \quad (5-4)$$

di mana  $T_b$  adalah waktu pembakaran. Energi dicatu oleh propelan selama durasi waktu pembakaran.

## 6. TRAYEKTORI ROKET

Dengan mengabaikan gesekan udara atau diasumsikan roket meluncur di ruang hampa (tetapi ada dipermukaan bumi), maka roket yang meluncur vertikal akan memperoleh percepatan:

$$a(t) = [F(t) / m] - g(t) \quad (6-1)$$

dimana :

$$F(t) = \text{ gaya dorong sesaat}$$

$$m = \text{ masa roket}$$

$$g(t) = \text{ gravitasi sesaat}$$

Untuk ketinggian sampai puluhan kilometer, perubahan gravitasi relatif kecil sehingga gravitasi dapat dianggap konstan. Bila selama durasi waktu pembakaran gaya dorong juga dianggap konstan, maka nilai percepatan menjadi konstan terhadap waktu, sehingga persamaan (6-1) dapat disederhanakan menjadi :

$$a = [F / m] - g \quad (6-2)$$

Kecepatan sesaat (*instantaneous velocity*) arah vertikal menjadi :

$$v(t) = \int_0^t a(t) dt$$

$$v(t) = \int_0^t \left\{ \frac{F(t)}{m} - g(t) \right\} dt \quad (6-3)$$

Bila gravitasi dan gaya dorong dianggap konstan maka persamaan (6-3) menjadi :

$$v(t) = \frac{Ft}{m} - gt \quad (6-4)$$

Ketinggian sesaat roket adalah :

$$y(t) = \int_0^t v(t) dt \quad (6-5)$$

Bila gravitasi dan gaya dorong dianggap konstan maka ketinggian sesaat :

$$y(t) = \frac{Ft^2}{2m} - \frac{gt^2}{2} \quad (6-6)$$

Bila peluncuran diarahkan horisontal atau sudut elevasi nol, maka roket akan meluncur mendatar selama berada di peluncur. Setelah lepas dari peluncur, roket akan mulai meluncur ke bawah. Percepatan sesaat adalah :

$$\bar{a}(t) = \bar{a}_x(t) + \bar{a}_y(t - \Delta t) \quad (6-7)$$

kecepatan sesaat menjadi :

$$\bar{v}(t) = \bar{v}_x(t) + \bar{v}_y(t - \Delta t) \quad (6-8)$$

maka posisi sesaat :

$$\bar{p}(t) = \bar{x}(t) + \bar{y}(t) \quad (6-9)$$

di mana indeks  $x$  digunakan untuk menyatakan arah horisontal dan indeks  $y$  untuk arah vertikal.  $\Delta t$  adalah waktu yang diperlukan roket untuk melewati peluncur, dengan catatan bila  $t < \Delta t$  maka  $(t - \Delta t) = 0$ .

Untuk keadaan umum, di mana sudut elevasi terletak antara nol dan  $90^\circ$ , maka posisi sesaat merupakan kombinasi arah vertikal dan horisontal. Dari beberapa persamaan diatas, dapat diperoleh kurva antara ketinggian (*altitude*) sebagai fungsi dari jarak horisontal. Kurva ini ditunjukkan pada Lampiran 1. Disamping itu dapat pula digambarkan kurva ketinggian sebagai fungsi dari waktu, yang ditunjukkan pada Lampiran 2. Dari kurva tersebut, dapat ditentukan titik *apogee* dan waktu yang diperlukan untuk mencapai titik *apogee*, serta waktu maksimum, yaitu waktu yang diperlukan mulai peluncuran sampai roket jatuh kembali ke tanah.

Roket *RX-420* yang digunakan sebagai obyek penelitian pada makalah ini, mempunyai karakteristik sebagai berikut :

Berat beban guna ( <i>payload</i> )	:	100 kg
Berat total wahana	:	1000 kg
Panjang total	:	6099 mm
Berat propelan	:	535 kg
Panjang propelan	:	3700 mm
Diameter luar	:	420 mm
Jenis propelan	:	Composite
Gaya dorong	:	10515 N
Waktu pembakaran	:	11 det
Spesifik impuls	:	223 det

Perhitungan untuk untuk Roket *RX-420* tersebut menghasilkan :

Jarak maksimum horisontal	:	73,093 Km
Apogee	:	64,957 Km
Waktu untuk mencapai apogee	:	87,67 det.
Waktu maksimum	:	202,45 det.

## 7. PEMBAHASAN

Perhitungan dan persamaan yang digunakan pada prediksi trayektori pada umumnya diambil dengan beberapa asumsi, begitu pula pada makalah ini. Asumsi yang digunakan pada makalah ini, antara lain massa roket dianggap konstan, gravitasi dianggap konstan sepanjang (setinggi) trayektori roket, dan sudut serang (*angle of attack*) dianggap nol. Asumsi ini diambil untuk kemudahan dan penyederhanaan dalam perhitungan. Namun, untuk mendapatkan hasil yang teliti, perlu diperhitungkan nilai yang sesungguhnya dari massa roket, gravitasi, dan sudut serang. Sebagai ilustrasi, massa roket total sangat dipengaruhi massa propelan, untuk mass ratio 50 %, massa roket akan berkurang menjadi setengahnya dalam waktu belasan detik, yaitu *burning time*. Pengurangan massa roket akan menaikkan percepatan roket sepanjang *burning time*. Gravitasi akan turun seiring dengan ketinggian. Akan tetapi, penurunan ini relatif kecil. Sebagai gambaran, untuk ketinggian 100 kilo meter, penurunan gravitasi hanya sekitar 1/36 dari gravitasi di permukaan bumi. Begitu pula nilai sudut serang relatif kecil, terutama untuk sudut elevasi besar. Semakin besar sudut elevasi maka sudut serang akan semakin kecil. Untuk sudut elevasi 90 derajat, sudut serang adalah nol. Untuk sudut

elevasi lebih rendah dari 90 derajat, sudut serang merupakan fungsi dari sudut elevasi, gravitasi, dan percepatan roket.

## 8. KESIMPULAN

Roket membawa bahan bakar yang berupa propelan. Pembakaran propelan pada motor akan menghasilkan energi. Besarnya energi yang dihasilkan ini tergantung kepada jenis atau komposisi propelan dan tergantung pula pada motor tempat dilakukannya pembakaran. Energi yang dihasilkan berbanding lurus dengan nilai gaya dorong, impuls spesifik, gravitasi, dan waktu pembakaran.

Energi yang dihasilkan oleh motor ini akan berubah menjadi energi kinetik dan potensial yang dimiliki roket. Energi kinetik mencapai maksimum pada akhir dari waktu pembakaran, sedangkan energi potensial maksimum pada saat mencapai *apogee*.

## DAFTAR PUSTAKA

- Battin, R. H., *An Introduction to the Mathematics and Methodes of Astrodynamics*, AIAA Education Series, Washington, DC. 1987.
- Bruhn, E.F., B. S., M.S., C.E., *Analysis and Design of Flight Vehicle Structures*, Tri State Offset Company. June 1973.
- Corazza M., *Techniques Mathematiques de la Fiabilite Previsionnelle*, SUP'AERO, ENSAE, Toulouse. 1975.
- Griffin, Michael D. & French, James R., *Space Vihicle Design*, AIAA Education Series, Washington, DC. 1991.
- Marty D., *Conception des Vihicules Spatiaux*, Masson, Paris. 1986.
- Thomson W. T., *Introduction to Space Dynamics*, Dover Publication, New York. 1986.
- Wood, K. D., *Aerospace vehicle Design*, Johnson Publishing Company, Boulder, Colorado. 1986

## DAFTAR RIWAYAT HIDUP PENULIS

### DATA UMUM

Nama Lengkap : Dra. Wigati, MT.  
Tempat & Tgl. Lahir : Singaraja, 21 Juni 1963  
Jenis Kelamin : Perempuan  
Instansi Pekerjaan : LAPAN  
NIP. / NIM. :  
Pangkat / Gol. Ruang : Penata Tk. I – III/d  
Jabatan Dalam Pekerjaan : Peneliti  
Agama : Islam  
Status Perkawinan : Menikah

### DATA PENDIDIKAN

SLTA : SMA N 3 Padang Tahun: 1978  
STRATA 1 (S.1) : FMIPA-UGM Tahun: 1981  
STRATA 2 (S.2) : Teknik Industri-UI Tahun: 2001

### ALAMAT

Alamat Rumah : Vila Nusa Indah Blok I2/21, Jatiasih Bekasi  
Telp. : 8217203  
Alamat Kantor / Instansi : Jl. Raya LAPAN, Mekarsar, Rumpin, Bogor  
Jawa Barat

## HASIL DISKUSI DALAM PELAKSANAAN SEMINAR

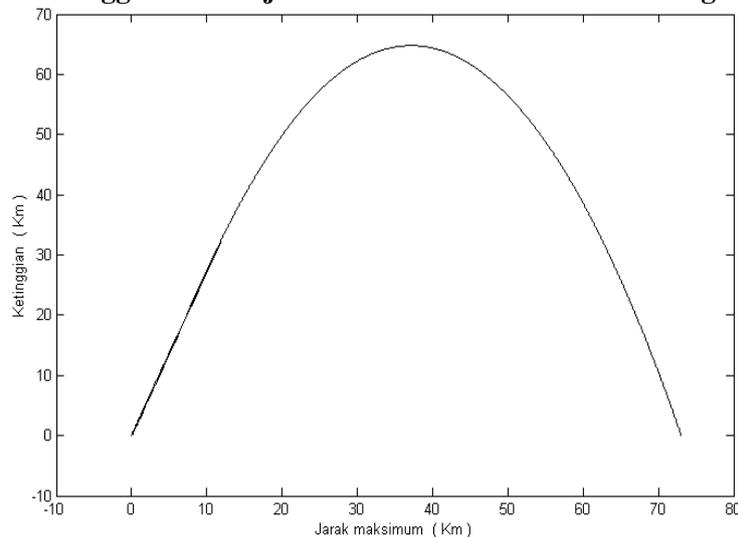
Pertanyaan :

1. ISP itu apa dan bagaimana ?
2. Mengapa satuan ISP adalah detik, apakah sama dengan burning time ? (Sutisno, Pustekroket )

Jawaban :

1. ISP merupakan karakteristik atau psesifikasi bahan bahan roket atau propelan yang menunjukkan kualitas bahan bakar tersebut. Semakin tinggi ISP maka akan semakin baik dalam arti kandungan energinya akan semakin tinggi. Semakin tinggi ISP maka gaya dorong roket akan semakin besar dan habisnya bahan bakar (burning time, waktu aktif) akan semakin lama.
2. Sebenarnya ISP adalah kecepatan partikel keluar dari nozel, dan satuannya adalah satuan kecepatan, yaitu meter per detik. Akan tetapi didalam perhitungan dan analisis, lebih umum digunakan laju aliran massa propelan alih-alih penggunaan terminology massa propelan. Oleh karena itu satuan kecepatan dari ISP tersebut dinormalisasi, dibagi dengan gravitasi menjadi satuan detik.

### Lampiran 1. Kurva ketinggian versus jarak horisontal *Roket RX-420* dengan sudut elevasi $70^0$ .



### Lampiran 2. Kurva ketinggian versus waktu untuk *Roket RX-420* dengan sudut elevasi $70^0$

