

BAB III
MODEL MATEMATIK
REAKTOR NUKLIR DAN PLTN

A. Pengertian Model Matematik

Untuk bahan-bahan tertentu di dalam teras reaktor, menghitung distribusi daya reaktor dibutuhkan informasi mengenai distribusi suhu teras reaktor. Demikian juga sebaliknya, suhu tergantung pada daya pada teras reaktor. Mencari solusi dari fenomena alam atau hukum-hukum fisika seperti penyelesaian persamaan transport neutron, proses perpindahan panas melalui struktur zat mampat dan fluida, faktor *burn-up* dalam daur bahan bakar nuklir, perhitungan komposisi dan dimensi kritis reaktor, masalah perlindungan terhadap radiasi, masalah keamanan dan pengamanan reaktor serta lingkungan, dan lainnya agar dapat diselesaikan dengan komputer secara numerik maka obyek atau proses fisik harus dimodelkan dahulu dengan model matematik atau persamaan pemerintah (MM/PP). Sistem alam umumnya bersifat dinamik di mana kondisinya berubah dalam dimensi ruang dan waktu. Karena itu MM/PP sistem alam pada umumnya berbentuk persamaan diferensial yang menunjukkan dinamika perubahan terhadap ruang dan/atau waktu. MM/PP tersebut kemudian digunakan untuk simulasi yaitu untuk memahami dan meramal dinamika perubahan sistem alam atau untuk mengkaji sistem teknologi buatan manusia yang kompleks.

Proses untuk memahami sistem yang kompleks adalah membaginya menjadi komponen-komponen atau elemen-elemen yang lebih sederhana. Setiap komponen atau elemen harus dikenali dan ditentukan sifat-sifat fisiknya. Jika sifat dari masing-masing komponen sudah diketahui, maka suatu MM/PP dapat dibangun untuk menggambarkan wujud dari sistem yang diinginkan di mana dengan model, kita dapat melakukan:

1. Idealisasi dari proses dan kejadian;
2. Memahami pengaruh dan kendali lingkungan;
3. Menganalisis eksperimen yang sulit atau tidak mungkin dapat dilakukan;
4. Mempertajam pemahaman sistem dan mengurangi pemborosan akibat eksperimen yang tidak terarah (*trial & error*);
5. Meningkatkan potensi dan keamanan sistem.

Kesalahan antara model fisik dengan model matematik akan terjadi karena adanya penyederhanaan-penyederhanaan. Oleh sebab itu, usaha untuk mendefinisikan MM/PP yang tepat merupakan langkah yang paling

kritis dalam simulasi. Sebagai contoh, teknik yang menerapkan pertukaran panas fasa tunggal (*single phase heat exchanger*) akan sangat berbeda dengan teknik yang menerapkan pertukaran panas dua fasa. Ada dua cara untuk memperoleh MM/PP suatu sistem, yaitu secara empiris dan secara teoritis. Model matematik dari sistem tersebut dapat berbentuk persamaan aljabar, persamaan diferensial biasa, persamaan diferensial parsial, persamaan integral atau integrodiferensial, dan model geometrik (teori graf). Dan yang paling penting adalah harus dicari kesesuaian antara hasil perhitungan MM/PP dan hasil eksperimen untuk mengabsahkan model.

Ketika memodelkan suatu pembangkit listrik, sebenarnya perbedaan PLTN dibandingkan dengan pembangkit listrik lain adalah bahwa PLTN menggunakan reaktor nuklir sebagai pemasok uap. Energi berbentuk panas yang dihasilkan dalam reaktor nuklir digunakan untuk menghasilkan uap panas dan kemudian uap tersebut dialirkan untuk menggerakkan turbin yang terhubung dengan rotor pembangkit listrik. Energi panas yang dihasilkan pada prinsipnya berhubungan dengan jumlah populasi neutron yang menimbulkan reaksi fisi pada batang bahan bakar nuklir. Agar tidak terjadi pelepasan energi secara berlebihan maka reaksi harus terkendali yaitu dengan mengatur jumlah neutron dalam teras reaktor. Ternyata reaksi fisi selain menghasilkan neutron serentak (*prompt neutron*) juga menghasilkan neutron yang muncul beberapa milli-detik sampai beberapa menit kemudian kemudian yang disebut neutron kasip (*delayed neutron*). Walaupun jumlahnya relatif kecil, tetapi adanya neutron kasip memungkinkan dilakukannya pengendalian daya reaktor. Data neutron kasip diperlukan untuk menentukan parameter kinetika reaktor yang akan dibahas pada bab ini. Panas hasil reaksi neutronik kemudian diangkut ke pembangkit uap oleh fluida pendingin berdasarkan perilaku termal dan hidraulik pendingin. Oleh sebab itu pemahaman sistem neutronik dan sistem termal hidraulik adalah penting dalam menentukan rumus MM/PP reaktor nuklir.

B. Sistem Neutronik Teras Reaktor

Memahami proses fisik yang terjadi pada reaktor nuklir adalah penting untuk dapat membangun MM/PP yang berhubungan dengan reaksi fusi nuklir, siklus hidup neutron, lingkungan dan distribusi energi neutron pada teras reaktor. Perpindahan neutron di dalam teras reaktor serupa dengan perpindahan partikel-partikel gas. Sampai sekarang persamaan transport Boltzman menjadi alat utama dalam memecahkan masalah dinamika difusi gas. Prinsip transport Boltzmann dapat juga digunakan untuk menghitung keseimbangan statis jumlah neutron di dalam teras reaktor. Keseimbangan neutron terjadi karena ada sumber neutron hasil reaksi fisi dan sumber luar, kemudian ada neutron yang dihamburkan (*scattering*) dan ada neutron yang diserap (*absorption*) selain yang hilang melalui proses tumbukan (*collision*) dan kebocoran (*leakage*). Persamaan transport neutron dapat diselesaikan

dengan metode “peluang tumbukan” (*collision probability*) atau “metode karakteristik”, namun perhitungan ini cukup rumit karena banyak besaran-besaran fisis yang sering kali bergantung pada energi dan sudut arah neutron, seperti resonansi padaampang lintang fisi untuk daerah energi tertentu. Selain itu teras reaktor bukanlah suatu medium yang homogen isotropik melainkan heterogen karena terdiri dari perangkat batang bahan bakar, batang kendali dan struktur teras.

Persamaan transport neutron adalah persamaan yang tidak linier dan merupakan masalah invers maka relatif sulit untuk dicari solusinya. Oleh karena itu dikembangkan persamaan difusi neutron yang merupakan penyederhanaan dari persamaan transport neutron dengan menghilangkan parameter gerakan yang tergantung arah sudut neutron. Sebagai peubah bebas adalah total fluks untuk setiap energi sebagai pengganti fluks bersudut (*angular flux*), sehingga diperoleh hubungan pendekatan antara arus neutron dengan fluks neutron total (bukan fluks bersudut) untuk energi neutron tertentu. Hubungan ini disebut dengan hukum Fick. Menurut hukum Fick, neutron mengalir secara difusi yaitu bergerak dari daerah kerapatan tinggi menuju daerah dengan kerapatan yang lebih rendah, maka rapat arus neutron (J), sebanding dengan gradien negatif dari fluks neutron (ϕ) yaitu:

$$J(r,E) = - D(r,E) \nabla \phi(r,E) \quad (3.1)$$

dengan D = koefisien difusi neutron yang didefinisikan sebagai berikut:

$$D = \frac{1}{3 \sum_{tr}} = \frac{\lambda_{tr}}{3} \quad (3.2)$$

di mana λ_{tr} = jejak bebas rata-rata transport (*transport mean free path*).

Hukum Fick dikembangkan dengan asumsi bahwa media seragam dan tidak terbatas, tidak ada sumber neutron dalam media, hamburannya isotropik, dan fluks neutron berubah lambat sebagai fungsi dari posisi dan bukan merupakan fungsi dari waktu. Penyelesaian persamaan difusi bergantung ruang dan waktu sudah dilakukan sejak awal perkembangan reaktor nuklir, tetapi karena keterbatasan sarana komputer yang ada pada saat itu, penelitian tersebut tidak terlalu berkembang. Dewasa ini, persamaan difusi neutron merupakan persamaan dasar yang banyak digunakan oleh perancang dalam merancang reaktor nuklir. Paragraf ini akan awali dengan pembahasan persamaan difusi neutron satu group energi dan dilanjutkan dengan persamaan difusi neutron multigroup energi.

B.1. Persamaan Difusi Neutron Satu Group

Dalam teori reaktor, persamaan keseimbangan neutron merupakan persamaan penting yaitu menghubungkan laju perubahan kerapatan neutron dibandingkan dengan laju produksi neutron $S(r,t)$ dikurangi laju neutron yang hilang karena diserap dan laju neutron yang hilang karena kebocoran atau difusi:

$$\frac{\partial}{\partial t} n(r,t) = S(r,t) - \Sigma_a(r)\phi(r,t) - \nabla \cdot J(r,t) \quad (3.3)$$

dengan: $n(r,t)$ = fungsi kerapatan neutron, $S(r,t)$ = sumber isotropik, $\Sigma_a(r)$ =ampang lintang serapan, dan $J(r,t)$ = rapat arus neutron.

Dengan memasukan $n = \phi/v$ (v =kecepatan) dan persamaan (3.1) ke persamaan (3.3), maka persamaan dapat ditulis sebagai berikut:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \phi(r,t) = S(r,t) - \Sigma_a(r)\phi(r,t) - D\nabla^2 \phi(r,t) \quad (3.4)$$

Persamaan ini disebut **“persamaan difusi neutron satu group (satu kecepatan)”** karena hanya tergantung pada dimensi ruang dan waktu dari kelompok neutron yang mempunyai energi sama.

Seperti sudah disebutkan di atas, persamaan difusi neutron adalah penyederhanaan dari persamaan transport Boltzman dengan asumsi yaitu:

- Fluks arah sudut neutron hanya didekati oleh suku liniernya saja;
- Seluruh neutron memiliki energi (kecepatan) yang sama dalam satu grup energi;
- Sumber dan interaksi hamburan neutron bersifat isotropik;
- Laju perubahan rapat arus neutron terhadap waktu adalah sangat kecil bila dibandingkan dengan frekuensi tumbukan neutron.

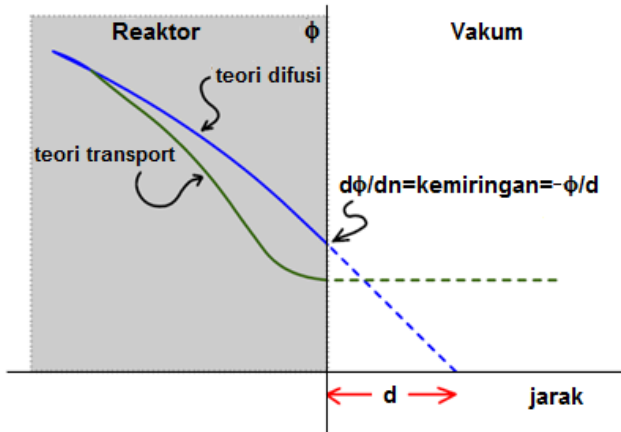
Persamaan difusi neutron tidak lagi berlaku untuk kondisi-kondisi berikut:

1. Pada perbatasan material, atau daerah dimana sifat-sifat bahan berubah secara drastis pada interval jarak yang setara dengan jalan bebas rata-rata (*mean free path*) dari neutron.
2. Dekat pusat sumber neutron (*localized source*).
3. Pada material yang memiliki kemampuan besar untuk menyerap neutron

Seperti telah disebutkan di atas bahwa persamaan difusi tidak berlaku di sekitar permukaan batas antara reaktor dengan vakum di mana terjadi perubahan media ke ruang vakum. Untuk itu, dengan pertimbangan khusus, kita dapat membuat asumsi suatu kondisi pada permukaan batas dalam bentuk:

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial n} = -\frac{1}{d} \quad (3.5)$$

di mana: d = panjang ekstrapolasi (*extrapolated length*) dan $\partial \phi / \partial n$ = turunan sebagai arah garis normal dari permukaan batas. Persamaan (3.5) memenuhi persyaratan kondisi batas pada permukaan batas reaktor. Hubungan antara teori transport, teori difusi dan kondisi batas diperlihatkan pada gambar 3.1.



Gambar 3.1 – Panjang ekstrapolasi jarak neutron, d .

Dengan menerapkan kondisi batas ini pada permukaan tanpa balik (neutron yang keluar tidak dapat lagi kembali setelah meninggalkan media), berdasarkan teori transport diperoleh “panjang ekstrapolasi” (d) dari permukaan batas datar:

$$d = 0,71 \lambda_{tr} \quad (3.6)$$

dengan λ_{tr} = jejak bebas rata-rata transport neutron.

Kondisi batas ini memberikan nilai fluks neutron, ϕ , yang tepat untuk titik-titik di dalam reaktor, tetapi menjadi tidak akurat untuk titik-titik di dekat atau pada permukaan batas. Oleh sebab $\phi = 0$ di daerah vakum, dan panjang $d \ll$ dimensi sistem, maka hanya sedikit terjadi kesalahan jika solusi persamaan difusi diberlakukan sampai jarak panjang ekstrapolasi, d .

Sebagai contoh: jika nilai koefisien difusi $D \sim 1 \text{ cm}$, di mana $D = \lambda_{tr}/3$, maka jejak bebas rata-rata transport $\lambda_{tr} = 3 \text{ cm}$, sehingga panjang ekstrapolasi dapat dihitung yaitu: $d = 0,71 \lambda_{tr} = 0,71 \times 3 = 2,13 \text{ cm} \ll$ ukuran reaktor (meter), sehingga pada permukaan batas fluks neutron $\phi \approx 0$.

Untuk keadaan tunak (*steady state*) di mana tidak ada lagi perubahan terhadap waktu, $\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \phi(r, t) = 0$, maka persamaan difusi (3.4) menjadi

$$S(r, t) - \sum_a(r) \phi(r, t) - D \nabla^2 \phi(r, t) = 0 \quad (3.7)$$

Persamaan difusi satu grup untuk keadaan tunak disebut persamaan **Helmholtz skalar**.

Apabila didefinisikan: $L^2 = \frac{D}{\sum_a}$, dan: $L =$ panjang difusi (*diffusion length*) maka persamaan (3.7) menjadi:

$$\nabla^2 \phi + \frac{1}{L^2} \phi = \frac{S}{D} \quad (3.8)$$

B.1.1. Sumber Panjang Tidak Terbatas

Untuk sumber panjang tak-terbatas dalam ruang 1-D (satu dimensi), persamaan (3.8) menjadi:

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} + \frac{1}{L^2} \phi(x) = \frac{S \delta(x)}{D} \quad (3.9)$$

Dan untuk $x \neq 0$, fungsi Dirac: $\delta(x) = 0$ (karena sumber di $x = 0$), persamaan menjadi:

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} - \frac{1}{L^2} \phi(x) = 0 \quad (3.10)$$

Solusi dari persamaan (3.10) secara analitik adalah

$$\phi(x) = A e^{-x/L} + C e^{x/L} \quad (3.11)$$

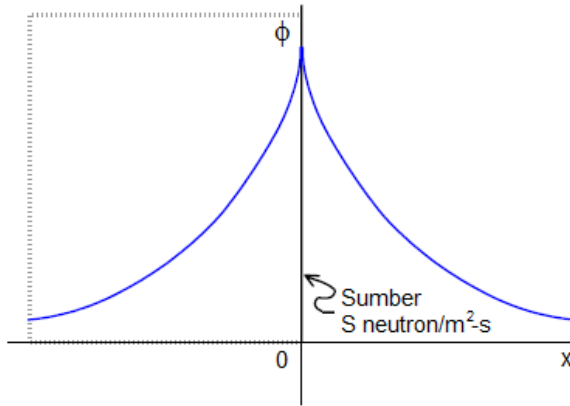
Untuk $x > 0 \rightarrow C = 0$, jika tidak, ϕ menjadi tak-terhingga ketika $x \rightarrow \infty$, maka:

$$\phi(x) = A e^{-x/L} \quad (3.12)$$

Menurut hukum Fick: $J|_0 = -D \frac{d\phi}{dx} \Big|_0 = + \frac{DA}{L} e^{-x/L} \Big|_0 = \frac{DA}{L} = \frac{S}{2}$, jadi: $A = \frac{SL}{2D}$

Sehingga diperoleh solusi analitik persamaan difusi satu grup untuk keadaan tunak dengan sumber memanjang yaitu:

$$\phi(x) = \frac{SL}{2D} e^{-x/L} \quad (3.13)$$



Gambar 3.2 – Distribusi fluks neutron untuk sumber panjang

Harus diingat bahwa persamaan ini tidak berlaku untuk atau di sekitar $x = 0$. Solusi MM/PP dari persamaan difusi yang diperlihatkan pada gambar 3.2 memberikan gambaran kepada kita bahwa distribusi fluks neutron meluruh secara eksponensial sebagai fungsi jarak dari sumber akibat neutron diserap oleh media. Kejadian ini sesuai dengan hukum penyerapan berkas radiasi yang melalui suatu media.

B.1.2. Sumber Titik dalam Media Tanpa Batas

Untuk sumber berbentuk titik yang ditempatkan pada media tanpa batas, maka untuk persamaan (3.8) adalah lebih cocok menggunakan sistem koordinat bola.

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} r^2 \frac{d\phi}{dr} - \frac{1}{L^2} \phi = S\delta(r) \quad (3.14)$$

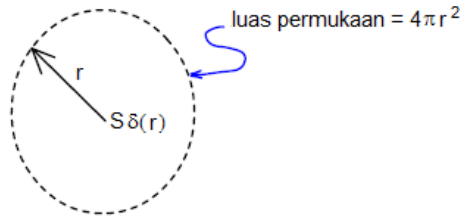
Dengan sumber titik S terletak pada $r = 0$.

Hubungan antara kerapatan arus neutron, $J(r)$, dengan sumber:

$$4\pi r^2 J(r) = S\delta(r) = S$$

Maka

$$\lim_{\delta(r) \rightarrow 0} r^2 J(r) = \frac{S}{4\pi} \quad (3.15)$$



Gambar 3.3 – Sumber titik

Kita definisikan perubahan dengan peubah ω :

$$\omega = r\phi \Rightarrow \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} - \frac{1}{L^2} \omega = 0 \quad (3.16)$$

Seperti contoh sebelumnya: $\omega = A e^{-r/L} + C e^{r/L}$, $\phi = A \frac{e^{-r/L}}{r} + C \frac{e^{r/L}}{r}$ dan $C=0$. Maka kerapatan arus:

$$J = -D \frac{d\phi}{dx} = DA \left(\frac{1}{rL} + \frac{1}{r^2} \right) e^{-r/L} \quad (3.17)$$

Kita peroleh:

$$r^2 J \Big|_{r=0} = DA \left(\frac{r}{L} + 1 \right) e^{-r/L} \Big|_{r=0} = DA e^{-0/L} = DA = \frac{S}{4\pi} \rightarrow A = \frac{S}{4\pi D}$$

Jadi:

$$\phi(r) = \frac{S}{2\pi D r} e^{-r/L} \quad (3.18)$$

Sebagai catatan dari kedua contoh kasus di atas, seperti pada sebagian besar masalah reaktor, dapat disimpulkan bahwa fluks ϕ sebanding dengan kekuatan sumber S .

B.1.3. Sumber Panjang Berbentuk Lempengan Terbatas

Anggap suatu sumber lempengan dengan ketebalan $a = 2d$, di mana d adalah panjang ekstrapolasi ($d = 0,71 \lambda_{tr}$). MM/PP persamaan difusi neutron satu kecepatan untuk keadaan tunak adalah persamaan (3.8):

$$\frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} - \frac{1}{L^2} \phi(x) = -\frac{S\delta(x)}{D}$$

Solusinya adalah dalam bentuk persamaan (3.11): $\phi(x) = A e^{-x/L} + C e^{x/L}$

Untuk $x > 0$, $\phi\left(\frac{a}{2}\right) = 0 = A e^{-a/L} + C e^{a/L} \rightarrow C = -A e^{-2a/L}$.

Jadi:

$$\phi(x) = A (e^{-x/L} - e^{+(x-a/L)})$$

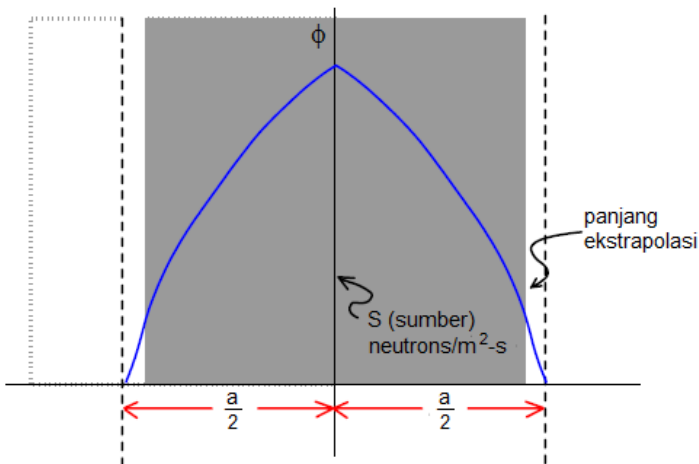
Seperti contoh sebelumnya:

$$J = -D \frac{d\phi}{dx} = \frac{S}{2} = + \frac{DA}{L} [e^{-x/L} + e^{+(x-a/L)}]_{x=0}$$

$$J = \frac{DA}{L} [1 + e^{-a/L}]$$

Jadi fluks neutron,

$$\phi(x) = \frac{SL}{2D} (1 + e^{-a/L})^{-1} (e^{-x/L} - e^{(x-a)/L}) \quad (3.19)$$



Gambar 3.4 – Sumber memanjang berbentuk lempengan terbatas

Karena simetrik maka,

$$\phi(x) = \frac{SL}{2D} (1 + e^{-a/L})^{-1} (e^{-|x|/L} - e^{(|x|-a)/L}) \quad (3.20)$$

Jadi:

$$\phi(x) = \frac{SL}{2D} \frac{\sinh[(a - 2|x|)/2L]}{\cosh(a/2L)} \quad (3.21)$$

Gambar 3.4 memperlihatkan distribusi fluks neutron dari suatu sumber dalam bentuk lempengan terbatas yang meluruh menurut fungsi hiperbolik pada panjang ekstrapolasi.

B.1.4. Masalah multi-regional

Anggap lempengan tanpa batas yang lalu dikelilingi oleh medium kedua dengan ketebalan tanpa batas. Maka kita mempunyai dua persamaan:

$$\frac{d^2 \phi_1}{dx^2} - \frac{1}{L_1^2} \phi_1 = 0 \quad \text{untuk} \quad -a/2 < x < +a/2, \quad x \neq 0$$

dan

$$\frac{d^2 \phi_2}{dx^2} - \frac{1}{L_2^2} \phi_2 = 0 \quad \text{untuk} \quad x < -a/2 \quad \text{dan} \quad x > +a/2$$

Yang memenuhi syarat batas:

1. $\phi_2 < \infty$ untuk $|x| \rightarrow \infty$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} J(x) = \frac{S}{2}$ (kondisi sumber, normalisasi)
3. $\phi_1(\pm a/2) = \phi_2(\pm a/2)$ kesinambungan fluks pada antarmuka
4. $D_1 \frac{d\phi_1}{dx} \Big|_{x=\pm a/2} = D_2 \frac{d\phi_2}{dx} \Big|_{x=\pm a/2}$ kesinambungan arus pada antarmuka

Jika diumpamakan,

$$\begin{aligned} \phi_1(x) &= A_1 \cosh(x/L_1) + C_1 \sinh(x/L_1) \\ \phi_2(x) &= A_2 e^{-x/L_2} + C_2 e^{x/L_2} \end{aligned} \quad (3.22)$$

maka kita memiliki 4 peubah yang tidak diketahui dari 4 syarat batas.

Dari syarat batas (1) $\rightarrow C_2=0$ dan dari syarat batas (2) diperoleh:

$$\frac{S}{2} = J(0) = -D_1 \frac{d\phi_1}{dx} \Big|_{x=0} = -\frac{D_1 A_1}{L_1} \left[\frac{e^{x/L_1} - e^{-x/L_1}}{2} \right]_{x=0} = -\frac{D_1 C_1}{L_1} \left[\frac{e^{x/L_1} + e^{-x/L_1}}{2} \right]_{x=0}$$

Jadi:
$$C_1 = \frac{SL_1}{2D_1} \quad (3.23)$$

Dari syarat batas (3),

$$-A_1 \cosh \frac{a}{2L_1} + \frac{SL_1}{2D_1} \sinh \frac{a}{2L_1} = A_2 e^{-a/2L_2}$$

Dari syarat batas (4),

$$-\frac{D_1 A_1}{L_1} \sinh \frac{a}{2L_1} + \frac{S}{2} \cosh \frac{a}{2L_1} = \frac{D_2 A_2}{L_2} e^{-a/2L_2}$$

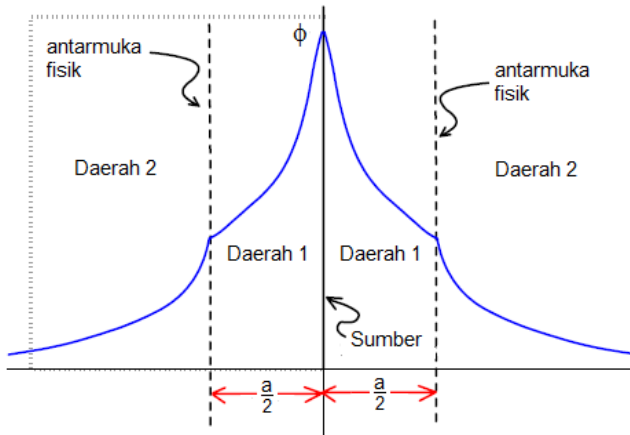
Penyelesaian memberikan,

$$A_1 = \frac{SL_1}{2D_1} \frac{D_1 L_2 \cosh(a/2L_1) + D_2 L_1 \sinh(a/2L_1)}{D_2 L_1 \cosh(a/2L_1) + D_1 L_2 \sinh(a/2L_1)} \quad (3.24)$$

dan

$$A_2 = \frac{SL_1 L_2}{2} \frac{e^{a/2L_1}}{D_2 L_1 \cosh(a/2L_1) + D_1 L_2 \sinh(a/2L_1)} \quad (3.25)$$

Kemudian, kita dapatkan ϕ_1 dan ϕ_2 .



Gambar 3.5 - Sumber memanjang dalam daerah dua lempengan

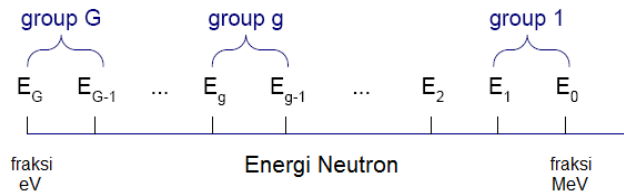
Catatan:

1. ϕ_1 dan ϕ_2 sebanding dengan S .
2. Terlihat ϕ kontinu pada titik $\pm \frac{a}{2}$ dan $\frac{d\phi}{dx}$ tidak kontinu, tetapi $D \frac{d\phi}{dx}$ kontinu. Ini adalah persyaratan berlakukannya syarat batas yaitu apabila $D_1 = D_2$ kontinu.

B.2. Persamaan Difusi Neutron Multigroup

Persamaan difusi neutron satu group mengasumsikan bahwa seluruh neutron dalam teras reaktor memiliki kecepatan atau energi yang sama.

Pada kenyataannya neutron-neutron dalam teras reaktor terdistribusi dalam cakupan spektrum energi yang sangat lebar, mulai dari sekitar 0,01 eV sampai sekitar 10 MeV. Di samping ituampang lintang yang memungkinkan terjadinya reaksi fisi sangat berfluktuasi tergantung pada energi neutron. Maka diturunkankalah persamaan difusi neutron multigroup yang membagi energi neutron ke dalam kelompok-kelompok energi sehingga diperoleh persamaan difusi yang lebih realistis dan akurat. Di mana semakin banyak jumlah group yang dipergunakan akan memberikan hasil yang lebih baik.



Gambar 3.6 – Skema pengelompokan energi neutron

Persamaan multigroup diturunkan dari persamaan keseimbangan neutron sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \left[\begin{array}{l} \text{Laju jumlah} \\ \text{neutron} \\ \text{di group G} \end{array} \right] &= - \left[\begin{array}{l} \text{Kebocoran} \\ \text{neutron} \\ \text{dari sistem} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Absorpsi} \\ \text{neutron} \\ \text{di group G} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{l} \text{Hamburan} \\ \text{keluar dari} \\ \text{group G} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{l} \text{Hamburan} \\ \text{masuk ke} \\ \text{group G} \end{array} \right] \\
 &+ \left[\begin{array}{l} \text{Sumber} \\ \text{neutron} \\ \text{di group G} \end{array} \right]
 \end{aligned}$$

Secara matematik dapat ditulis dalam bentuk persamaan berikut:

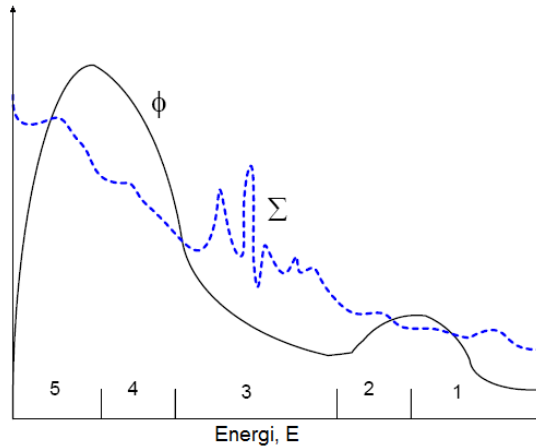
$$\begin{aligned}
 \frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \phi_g(r, t) &= \underbrace{\nabla \cdot D_g(r) \nabla \phi_g(r, t)}_{\text{kebocoran}} - \underbrace{\sum_{ag}(r) \phi_g(r, t)}_{\text{absorpsi}} - \underbrace{\sum_{sg}(r) \phi_g(r, t)}_{\substack{\text{hamburan keluar dari} \\ \text{group g}}} + \underbrace{\sum_{g'=1}^G \sum_{sg'g}(r) \phi_{g'}(r, t)}_{\text{hamburan masuk ke group g}} \\
 &+ \underbrace{\chi_g}_{\substack{\text{fraksi} \\ \text{yang} \\ \text{muncul}}} \underbrace{\sum_{g'=1}^G v_{g'} \sum_{fg'}(r) \phi_{g'}(r, t)}_{\text{produksi fissitotal}} \quad (3.26)
 \end{aligned}$$

Faktor yang menambah jumlah neutron dalam satu group adalah:

1. Neutron yang dihasilkan dari reaksi fisi (sumber);
2. Neutron yang mengalami hamburan sehingga energinya masuk interval energi group g.

Adapun faktor yang mengurangi jumlah neutron dalam satu group adalah:

1. Kebocoran akibat neutron keluar teras reaktor;
2. Absorpsi akibat neutron diserap oleh bahan di dalam teras reaktor;
3. Hamburan yang menyebabkan energi neutron group g berubah masuk ke group lain.



Gambar 3.7 – Perubahan fluks dan tampang lintang terhadap energi

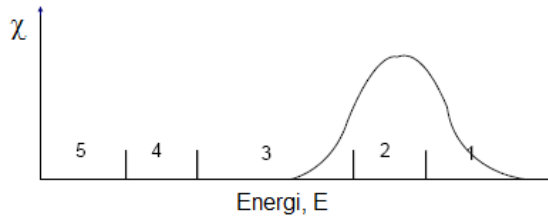
Apabila energi neutron dibagi atas lima group energi, maka pada gambar 3.7 diperlihatkan perubahan fluks dan tampang lintang terhadap kelima group energi tersebut. Untuk menghitung persamaan difusi multigroup maka harus dihitung nilai rata-rata fluks dan tampang lintang dari setiap group energi. Data mentah tentang tampang lintang dapat diperoleh dari pustaka domain publik seperti ENDF/B atau JENDL-3.3.

B.2.1. Faktor produksi fisi total

Dari persamaan (3.26) ditunjukkan bahwa jumlah neutron adalah akumulasi produksi fisi total yang tidak tergantung pada indeks g (group energi). Jumlah sumber neutron untuk group g ditentukan oleh fraksi χ_g . Sebagai gambaran maka ketentuan untuk menghitung produksi fisi total adalah:

$$\underbrace{\sum_{g'=1}^5 \nu_{g'} \sum_{f_{g'}}(r) \phi_{g'}(r, t)}_{\text{produksi fisi total}} = \underbrace{\nu_5 \sum_{f_5} \phi_5 + \nu_4 \sum_{f_4} \phi_4}_{\text{fissitermal (sekitar 97\%)}} + \underbrace{\nu_3 \sum_{f_3} \phi_3 + \nu_2 \sum_{f_2} \phi_2 + \nu_1 \sum_{f_1} \phi_1}_{\text{fissicepat (sekitar 3\%)}} \quad (3.27)$$

Persamaan (3.27) memberikan gambaran bahwa reaksi fisi yang terjadi sebagian besar ($\pm 97\%$) adalah bahan fissil dengan neutron termal, sedangkan reaksi fisi antara bahan fissil dengan neutron cepat hanya sedikit ($\pm 3\%$). Reaksi fisi sendiri akan membangkitkan 2 – 3 neutron dengan energi dalam daerah MeV (neutron cepat).



Gambar 3.8 - Spektrum energi neutron fisi

Gambar 3.8 memperlihatkan contoh fraksi dari masing-masing group energi. Fraksi untuk energi termal: $\chi_5 = \chi_4 = 0$, artinya tidak ada sumber neutron termal, sedangkan fraksi lainnya: $\chi_3, \chi_2, \chi_1 \neq 0$ artinya sumber menghasilkan hanya neutron cepat. Neutron termal dihasilkan dari faktor yang lain yaitu hamburan dengan atom-atom moderator sehingga energi neutron masuk interval energi termal

B.2.2. Faktor Hamburan

Ketentuan untuk menghitung hamburan yang menyebabkan neutron masuk ke group g atau penambahan neutron di group g adalah:

$$\sum_{g=1}^5 \sum_{sg} (r) \phi_g(r, t) = \sum_{s1g} \phi_1 + \sum_{s2g} \phi_2 + \sum_{s3g} \phi_3 + \sum_{s4g} \phi_4 + \sum_{s5g} \phi_5 \quad (3.28)$$

Hamburan menyebabkan terjadinya perubahan pada energi neutron. Persamaan (3.28) memperlihatkan bahwa neutron yang dihamburkan masuk ke group g adalah dari neutron yang berasal dari seluruh group, termasuk dari group g sendiri. Bisa jadi neutron di group g setelah hamburan berubah energinya dan pindah ke group neutron lain. Walaupun pada hamburan tidak ada pengurangan atau penambahan jumlah total neutron, yang berubah adalah distribusi neutron berdasarkan partisi energinya.

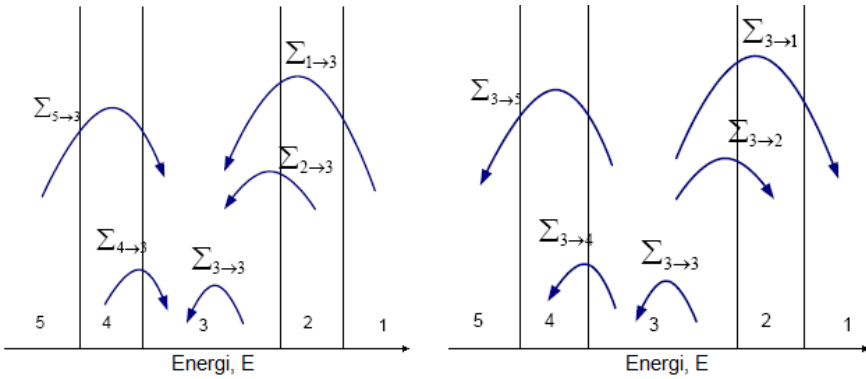
Hamburan yang menyebabkan neutron ke luar dari group 3 adalah jumlah total seluruh hamburan yang keluar dari proses, yaitu:

$$\sum_{s3} \phi_3 = \sum_{s31} \phi_3 + \sum_{s32} \phi_3 + \sum_{s33} \phi_3 + \sum_{s34} \phi_3 + \sum_{s35} \phi_3 = \left(\sum \sum_{s3g'}(r) \right) \phi_3(r, t) \quad (3.29)$$

atau dalam bentuk umum untuk group g:

$$\sum_{sg} \phi_g = \sum_{sg1} \phi_g + \sum_{sg2} \phi_g + \sum_{sg3} \phi_g + \sum_{sg4} \phi_g + \sum_{sg5} \phi_g = \left(\sum_{g'=1}^G \sum_{sgg'}(r) \right) \phi_g(r, t) \quad (3.30)$$

Dengan membandingkan persamaan (3.28) dan (3.29), maka ada suku penambahan yang masuk sama dengan suku pengurangan yang keluar yaitu $\sum_{s33} \phi_3$ seperti yang diperlihatkan pada gambar 3.9.



Gambar 3.9 – Hamburan masuk ke group 3 dan keluar dari group 3

Sebagai penyederhanaan, kita dapat mendefinisikan tampang lintang perpindahan (*removal cross section*) untuk group 3 yaitu penjumlahan tampang lintang absorpsi dan tampang lintang hamburan dikurang \sum_{s33} :

$$\sum_{r,3} \equiv \sum_{a3} + \sum_{s3} - \sum_{s33} = \sum_{a3} + \sum_{s31} + \sum_{s32} + \sum_{s34} + \sum_{s35} = \sum_{a3} + \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq 3}}^G \sum_{s3g'}(r) \quad (3.31)$$

Oleh karena itu persamaan (3.26) dapat diperbaiki menjadi:

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \phi_g(r, t) = \underbrace{\nabla \cdot D_g(r) \nabla \phi_g(r, t)}_{\text{kebocoran}} - \underbrace{\sum_{rg}(r) \phi_g(r, t)}_{\text{perpindahan}} + \underbrace{\sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^G \sum_{sg'g'}(r) \phi_{g'}(r, t)}_{\text{hamburan bersih masuk ke group g}} + \underbrace{\chi_g}_{\text{fraksi yang muncul}} \sum_{g'=1}^G v_{g'} \sum_{fg'}(r) \phi_{g'}(r, t) \quad (3.32)$$

produksi fissi total

B.3. Persamaan Difusi Neutron Dua Group

Pendekatan dua-group sering digunakan sebagai contoh untuk memahami persamaan difusi neutron. Kita bagi neutron-neutron menjadi group termal dan group cepat dan sebagai batas adalah energi 1 eV seperti dipelihatkan gambar 3.10. Berdasarkan grafik fungsi fraksi terhadap energi maka:

$$\chi_1 = \int_{1\text{eV}}^{2\text{MeV}} \chi(E) dE = 1 \quad \text{dan} \quad \chi_2 = 0 \quad (3.33)$$

Faktor sumber fisi umum:

$$S_g = \underbrace{\chi_g}_{\substack{\text{fraksi} \\ \text{yang} \\ \text{muncul}}} \sum_{g'=1}^G \underbrace{v_{g'} \Sigma_{f g'}(r) \phi_{g'}(r, t)}_{\text{produksi fisi total}} \quad (3.34)$$

Maka untuk kasus dua-group:

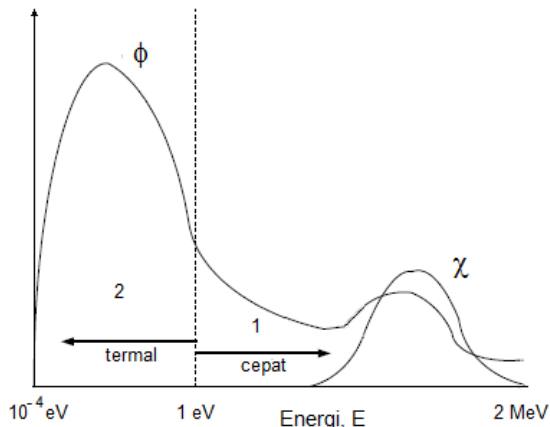
$$\begin{aligned} S_1 &= v_1 \Sigma_{f1} \phi_1 + v_2 \Sigma_{f2} \phi_2 \\ S_2 &= 0 \end{aligned} \quad (3.35)$$

Tidak ada hamburan ke atas, maka:

$$\Sigma_{s21} = 0 \Rightarrow \Sigma_{s2} = \Sigma_{s21} + \Sigma_{s22} \Rightarrow \Sigma_{s2} = \Sigma_{s22} \quad (3.36)$$

Oleh sebab,

$$\Sigma_{r2} = \Sigma_{s2} + \Sigma_{S22} = \Sigma_{a2} \quad (3.37)$$



Gambar 3.10 – Persamaan difusi dua-group

Maka persamaan difusi dua group adalah:

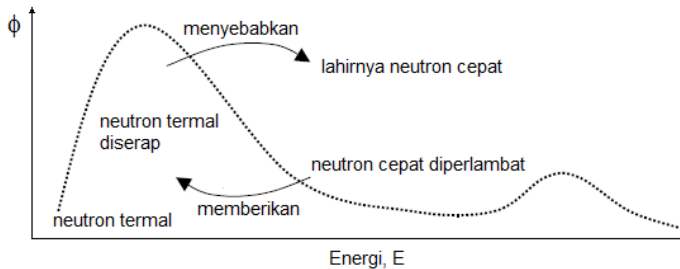
$$\frac{1}{v_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial t} = \nabla \cdot D_1 \nabla \phi_1 - \sum_{r1} \phi_1 + v_1 \sum_{f1} \phi_1 + v_2 \sum_{f2} \phi_2 \text{ (tidak ada hamburan ke atas)}$$

$$\frac{1}{v_2} \frac{\partial \phi_{21}}{\partial t} = \nabla \cdot D_2 \nabla \phi_2 - \sum_{a2} \phi_2 + \sum_{s12} \phi_1 \text{ (tidak ada sumber fissilangsung)} \quad (3.38)$$

Persamaan difusi dua group untuk keadaan tunak dengan menambah faktor k adalah:

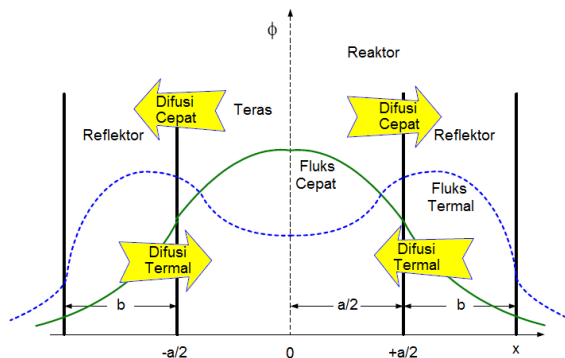
$$-\nabla \cdot D_1 \nabla \phi_1 + \sum_{r1} \phi_1 = \frac{1}{k} [v_1 \sum_{f1} \phi_1 + v_2 \sum_{f2} \phi_2] \quad (3.39)$$

$$-\nabla \cdot D_2 \nabla \phi_2 + \sum_{a2} \phi_2 = \sum_{s12} \phi_1$$



Gambar 3.11 – Pertukaran neutron termal dengan neutron cepat

Persamaan (3.31) dan gambar 3.11 memperlihatkan bagaimana fluks neutron cepat adalah sumber neutron termal yaitu melalui hamburan untuk menurunkan energi neutron, sedangkan fluks neutron termal adalah sumber neutron cepat yaitu melalui reaksi fisi.



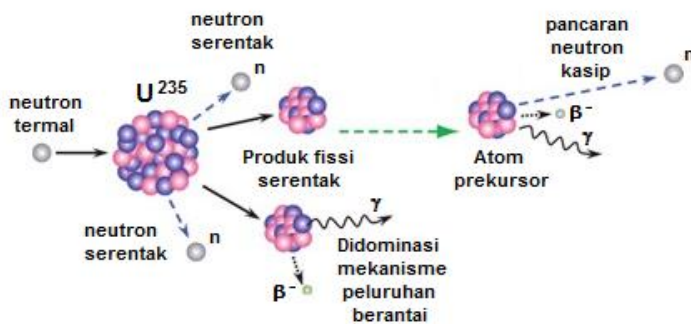
Gambar 3.12 – Distribusi spasial dari fluks neutron

Gambar 3.12 memperlihatkan perbedaan distribusi spasial antara fluks neutron cepat dengan fluks neutron termal pada suatu reaktor yang dipasang lempengan reflektor merangkap sebagai moderator dengan tebal b . Puncak dari fluks neutron cepat ada pada daerah bahan bakar, karena di tempat itulah reaksi fisi terjadi. Neutron disebarkan ke reflektor. Neutron cepat mempunyai peluang tinggi untuk diperlambat, karena bahan reflektor dibuat untuk tujuan tersebut yaitu memantulkan dan memperlambat energi neutron. Oleh sebab itu, sudah dapat kita ramalkan bahwa puncak dari fluks neutron termal berada pada bahan reflektor/moderator.

Teori persamaan difusi multigroup telah dikembangkan untuk penyelesaian laju pertumbuhan neutron. Energi neutron yang tersebar dari 10 MeV (neutron cepat) sampai dengan 0,025 eV (neutron termal) dapat dibagi menjadi 100 group, sehingga penyelesaian himpunan persamaan diatas secara langsung sangatlah sukar sehingga harus menyelesaikannya dengan metode numerik yang akan kita bahas pada bab-bab selanjutnya. Solusi dari persamaan difusi ini memberikan bentuk distribusi fluks neutron terhadap ruang dan waktu dan selanjutnya dapat diperoleh bentuk distribusi daya.

C. Kinetika Reaktor

Kinetika reaktor mempelajari perilaku daya reaktor sebagai fungsi waktu akibat perubahan reaksi berantai dalam teras reaktor. Perubahan reaksi tersebut dapat diakibatkan oleh penyisipan batang kendali, perubahan suhu bahan bakar dan suhu pendingin, atau terbentuknya produk fisi penyerap neutron seperti Xe-135 dan Sm-149, yang mempunyai tampang lintang serap neutron besar. Seperti sudah dibahas pada persamaan keseimbangan bahwa neutron diproduksi oleh reaksi fisi akan berimbang dengan neutron hilang akibat adanya serapan oleh bahan di dalam teras reaktor dan adanya kebocoran akibat neutron keluar dari teras reaktor. Selama ini diasumsikan bahwa neutron yang dihasilkan oleh reaksi fisi hanya neutron serentak (*prompt neutron*) yang muncul seketika, tetapi ternyata ada sejumlah kecil neutron yang jumlahnya kurang dari 1% yang muncul terlambat beberapa milli-detik sampai beberapa menit kemudian, yang disebut neutron kasip (*delayed neutron*). Berbeda dengan neutron serentak, neutron kasip berasal dari atom-atom hasil produk fisi atau disebut atom prekursor yang tereksitasi dan kemudian meluruh memancarkan neutron yang diikuti dengan pancaran sinar β dan sinar γ . Walaupun jumlahnya kecil, neutron kasip mempunyai peran penting dalam kinetika reaktor yaitu untuk pengendalian dan keselamatan operasi reaktor nuklir.



Gambar 3.13 – Prinsip pembangkitan neutron kasip

Gambar 3.13 memperlihatkan inti U-235 yang menyerap neutron dan berubah menjadi inti U-236 yang tidak stabil dan tereksitasi. Inti U-236 kemudian pecah menjadi dua atom prekursor, misalnya Kr-90 dan Ba-143 serta 2 neutron serentak. Dalam reaksi fisi berantai, sekurang-kurangnya dihasilkan 45 isotop prekursor yang memancarkan neutron kasip yang waktu kemunculannya berbeda-beda. Jumlah neutron kasip yang dibangkitkan oleh peluruhan produk fisi dibandingkan jumlah total neutron yang dihasilkan dari hasil fisi atau fraksi neutron kasip dari U-235 hanya 0,65%. Selain itu, energi neutron kasip antara 300-600 keV adalah relatif kecil dibandingkan dengan energi neutron serentak yang sekitar 2 MeV. Adanya neutron kasip dapat memperpanjang perioda reaktor. Hasilnya reaktor dapat dikendalikan dengan mudah. Jika tidak ada neutron kasip pada proses fisi maka tidak mungkin dapat mengendalikan daya reaktor.

Neutron kasip umumnya dicirikan oleh energi, waktu paruh, dan faktor fraksi hasil bagi efektif β yang didefinisikan:

$$\beta = \frac{\text{jumlah atom prekursor}}{\text{jumlah neutron serentak} + \text{jumlah atom prekursor}} \quad (3.40)$$

Untuk U-235 faktor fraksi neutron kasip $\beta=0,006495$, sedangkan untuk U-233, faktor fraksi $\beta=0,0026$. Dalam analisis reaktor, neutron kasip dikelompokkan menjadi 6 group sesuai dengan waktu paruhnya dengan data tercantum pada Tabel 1.

Tabel 1: Data neutron kasip untuk U-235

| Group | Prekursor | Energi (MeV) | $T_{1/2}$ (s) | λ_i (s^{-1}) | Fraksi β_i | β_i/λ_i (s) |
|-------|-----------|--------------|---------------|--------------------------|------------------|-------------------------|
| 1 | Br-87 | 0,25 | 55,72 | 0,0124 | 0,000215 | 0,0173 |
| 2 | I-137 | 0,56 | 22,72 | 0,0305 | 0,001420 | 0,0466 |
| 3 | Br-89 | 0,43 | 6,22 | 0,111 | 0,001270 | 0,00114 |
| 4 | I-139 | 0,62 | 2,30 | 0,301 | 0,002570 | 0,0085 |
| 5 | As-85 | 0,42 | 0,61 | 1,1 | 0,000750 | 0,0007 |
| 6 | Li-9 | 0,23 | 0,23 | 3,0 | 0,000270 | 0,0001 |
| Total | | | | | 0,006495 | |

C.1. Persamaan Kinetika Reaktor Titik

Untuk mengetahui perubahan daya reaktor jika terdapat penambahan reaktivitas ke dalam reaktor (misal dengan menarik batang kendali), kita dapat menggunakan persamaan transport neutron atau persamaan difusi. Perhitungan ini relatif akurat karena perubahan distribusi fluks neutron dapat diketahui. Akan tetapi perhitungan semacam ini cukup kompleks. Salah satu penyederhanaannya adalah dengan menggunakan model kinetika reaktor titik, di mana parameter reaktor dianggap seragam di semua bagian reaktor. Perubahan pada satu titik di reaktor dengan serta merta akan mempengaruhi parameter yang lain. Tentu saja pada model ini terdapat keterbatasan, akan tetapi sebagai tinjauan awal cukup memberikan gambaran tentang dinamika yang terjadi pada reaktor.

Jika kita umpamakan model kinetika reaktor sederhana berbentuk titik, maka persamaan difusi neutron satu group (3.4) adalah:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi(r, t)}{\partial t} = \nabla \cdot D(r) \nabla \phi(r, t) - \Sigma_a(r) \phi(r, t) + S(r, t)$$

Sumber neutron adalah neutron serempak dan neutron kasip :

$$S(r, t) = \underbrace{(1 - \beta)v \Sigma_f(r) \phi(r, t)}_{\text{neutron serempak}} + \underbrace{\sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i}_{\text{neutron kasip}} \quad (3.41)$$

Dengan demikian, persamaan (3.4) dapat dituliskan sebagai:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi(r, t)}{\partial t} = \nabla \cdot D(r) \nabla \phi(r, t) - \Sigma_a(r) \phi(r, t) + (1 - \beta)v \Sigma_f(r) \phi(r, t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i \quad (3.42)$$

Kita juga perlu menambahkan persamaan yang menyatakan perubahan konsentrasi nuklida prekursor yang akan memberikan kontribusi kepada banyaknya neutron kasip,

$$\frac{\partial}{\partial t} C_i(r, t) = \beta_i v \Sigma_f(r) \phi(r, t) + \lambda_i C_i(r, t) \quad (3.43)$$

Indeks i menyatakan bahwa persamaan di atas berlaku untuk prekursor neutron group ke- i .

Kita misalkan bahwa media homogen dan bentuk distribusi fluks neutron adalah persamaan diferensial linier orde-2, yaitu:

$$\nabla^2 \phi + B_g \phi = 0 \quad (3.44)$$

Kalau kita gunakan persamaan (3.43) ke (3.44) maka dihasilkan:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial t} \phi(r, t) = -DB_g^2 \phi - \Sigma_a \phi + (1 - \beta) v \Sigma_f(r) \phi + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i \quad (3.45)$$

Kita gunakan pendekatan "adiabatik" bahwa fluks dapat diurai menjadi bentuk ayunan amplitudo dan bentuk spasial:

$$\begin{aligned} \phi(r, t) &= v n(t) \psi(r) \\ C_i(r, t) &= C_i \psi(r) \end{aligned} \quad (3.46)$$

Maka memberikan:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= (-DB_g^2 - \Sigma_a + (1 - \beta) v \Sigma_f) v n + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i \\ \frac{\partial}{\partial t} C_i &= -\lambda_i C_i + \beta_i v \Sigma_f v n \end{aligned} \quad (3.47)$$

Definisikan faktor multiplikasi neutron efektif:

$$k = \frac{v \Sigma_f / \Sigma_a}{1 + L^2 B_g^2} \quad (3.48)$$

Faktor multiplikasi efektif adalah perbandingan antara jumlah neutron hasil produksi fisi dibagi dengan jumlah neutron yang diserap ditambah neutron yang bocor. Berdasarkan faktor multiplikasi maka ada tiga kondisi kriticalitas reaktor yaitu:

- Kondisi subkritis ($k < 1$) biasanya terjadi pada saat penurunan daya reaktor atau jumlah reaksi fisi dikurangi hingga reaktor mati karena tidak dapat mempertahankan reaksi fisi berantai..
- Kondisi kritis ($k = 1$) digunakan untuk membawa reaktor pada kondisi operasi dengan daya tetap akibat jumlah reaksi fisi dibuat konstan.
- Kondisi super kritis ($k > 1$) biasanya terjadi pada saat penaikan daya reaktor dengan jumlah reaksi fisi ditingkatkan secara eksponensial.

Kemudian definisikan waktu hidup neutron serentak:

$$\ell = \frac{1}{v \Sigma_a (1 + L^2 B_g^2)} \quad (3.49)$$

Waktu hidup neutron serentak adalah waktu rerata antara pancaran neutron sampai neutron diserap oleh sistem atau bocor keluar dari sistem teras reaktor. Untuk reaktor fisi lambat dengan neutron termal, waktu hidup neutron serentak dalam orde 10^{-4} detik, sedangkan untuk reaktor fisi pembiak cepat (*fast breeder reactor*) waktu hidup neutron serentak dalam orde 10^{-7} detik.

Persamaan (3.47) dapat diatur kembali menjadi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= -\Sigma_a \left(\frac{DB_g^2}{\Sigma_a} + 1 \right) + (1 - \beta) \underbrace{v \Sigma_f}_{k/\ell} vn + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i \\ \frac{\partial}{\partial t} C_i &= -\lambda_i C_i + \beta_i \underbrace{v \Sigma_f}_{k/\ell} vn \end{aligned} \quad (3.50)$$

Dengan catatan bahwa: $\frac{DB_g^2}{\Sigma_a} = L^2 B_g^2$ dan bahwa: $\frac{k}{\ell} = w \Sigma_f$ maka persamaan kini:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= \left[\frac{k(1 - \beta) - 1}{\ell} \right] n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i \\ \frac{\partial}{\partial t} C_i &= -\lambda_i C_i + \beta_i \frac{k}{\ell} n(t) \end{aligned} \quad (3.51)$$

Kemudian masukkan definisi reaktivitas:

$$\rho = \frac{k - 1}{k} \quad (3.52)$$

Ketika menggambarkan kinetika reaktor, dinamika reaktor dan keadaan operasi reaktor maka digunakan istilah reaktivitas untuk memperlihatkan penyimpangan dari keadaan kritis ($k=1$). Di dalam reaktor nuklir, nilai k berosilasi kecil dari sedikit kurang dari 1 ke sedikit lebih dari 1, terutama akibat pemanasan suhu bahan bakar yang menyebabkan pemuaian dan mengurangiampang lintang serap neutron. Neutron kasip memainkan peran penting dalam mengimbangi osilasi ini.

Waktu pembangkitan rerata (*mean generation time*):

$$\Lambda = \frac{\ell}{k} \quad (3.53)$$

Waktu pembangkitan rerata adalah waktu rata-rata semenjak neutron dipancarkan sampai ditangkap untuk menghasilkan fisi. Perbedaannya dengan waktu hidup neutron serentak, waktu pembangkit rerata hanya melibatkan neutron yang diserap untuk reaksi fisi saja, tidak untuk neutron yang diserap oleh bahan atau reaksi lainnya.

Maka akhirnya kita peroleh:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} &= \left[\frac{(\rho - \beta)}{\Lambda} \right] n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i \\ \frac{\partial C_i}{\partial t} &= -\lambda_i C_i + \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t), \quad i = 1 \dots 6 \end{aligned} \quad (3.54)$$

Persamaan (3.54) dikenal sebagai **persamaan kinetika titik** (*point kinetics equation*) hanya fungsi waktu dan tidak tergantung pada ruang. Artinya gangguan yang terjadi pada satu posisi tertentu pada reaktor akan menghasilkan perubahan yang seragam di keseluruhan reaktor.

Sebagai catatan bahwa agar reaktor dalam keadaan kritis (keadaan tunak), maka nilai turunan kedua persamaan (3.54) sama dengan nol.

$$\begin{aligned} 0 &= \left[\frac{(\rho - \beta)}{\Lambda} \right] n + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i \\ 0 &= -\lambda_i C_i + \frac{\beta_i}{\Lambda} n \end{aligned} \quad (3.55)$$

Kita ketahui bahwa prekursor kasip memberikan sejumlah kecil neutron yang ditambahkan kepada neutron serentak yang dihasilkan reaksi fisi. Neutron serentak mempunyai karakteristik waktu pembangkitan rata-rata (Λ) sekitar 100 μ s, sedangkan neutron kasip mempunyai karakteristik waktu

tanggap dari beberapa detik sampai beberapa menit. Akibatnya reaktor dalam keadaan subkritis jika hanya mengandalkan neutron serentak. Demikian juga jika reaktor dalam keadaan kritis hanya oleh neutron serentak, maka waktu tanggap sistem reaktor akan terlampau cepat bagi sistem kendali untuk mengatur reaktor, akibatnya reaktor menjadi tidak terkendali. Akan tetapi dengan adanya neutron kasip memberikan waktu tanggap rata-rata sistem reaktor cukup lambat untuk sistem kendali, sehingga sistem kendali reaktor dapat berfungsi.

Maka bentuk serentak dari persamaan (3.55):

$$\left[\frac{(\rho - \beta)}{\Lambda} \right] n(t) < 0 \rightarrow \rho \approx 0, \beta \approx 0,0065$$

sedangkan bentuk kasip:

$$\sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i > 0$$

maka keduanya akan saling menyeimbang.

$$\sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i = \frac{\beta}{\Lambda} n(t) \tag{3.56}$$

Jika hanya ada neutron serentak, maka ketika $\rho = \beta \approx 0,0065$ reaktor dalam keadaan kritis, sedangkan jika $\rho > 0,0065$ maka reaktor dalam keadaan superkritis. Kondisi ini disebut kekritisan serentak yang harus dihindari.

Oleh karena itu didefinisikan “Reaktivitas dalam Dollar”, yaitu

$$\$ = \frac{\rho}{\beta} \tag{3.57}$$

Dengan kata lain reaktivitas menyatakan ukuran tingkat kekritisan reaktor yang dapat dinyatakan dalam satuan dollar (\$), persen (%), per mil (10^{-3}).

C.2. Persamaan Difusi Multigroup dengan Prekursor Kasip

Persamaan kinetika titik telah dikembangkan untuk menggambarkan keadaan transien dari persamaan keseimbangan neutron dengan menyertakan prekursor kasip, yaitu dengan memasukkan neutron serentak dan neutron kasip, sebagai berikut

$$\frac{1}{v_g} \frac{\partial}{\partial t} \phi_g(r, t) = \underbrace{\nabla \cdot D_g(r) \nabla \phi_g(r, t)}_{\text{kebocoran}} - \underbrace{\sum_{ag}(r) \phi_g(r, t)}_{\text{hilang krn. absorpsi}} - \underbrace{\sum_{sg}(r) \phi_g(r, t)}_{\text{pindah krn. hamburan}} + \underbrace{\sum_{g'=1}^G \sum_{sg'g}(r) \phi_{g'}(r, t)}_{\text{hamburan masuk ke group g}}$$

$$+ \underbrace{\chi_g^p}_{\text{fraksi yang muncul di group g}} (1 - \beta) \underbrace{\sum_{g'=1}^G v_{g'} \sum_{fg'}(r) \phi_{g'}(r, t)}_{\text{produksi fisi total}} + \underbrace{\chi_g^c}_{\text{fraksi yang muncul di group g}} \sum_{i=1}^N \lambda_i C_i(r, t) \quad (3.55)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} C_i(r, t) = -\lambda_i C_i(r, t) + \underbrace{\beta_i}_{\text{bagian pertama neutron kasip pecah karena peluruhan yang terus menerus}} \underbrace{\sum_{g'=1}^G v_{g'} \sum_{fg'}(r) \phi_{g'}(r, t)}_{\text{jumlah total neutron fisi}} \quad (3.56)$$

Sebagai catatan bahwa spektrum energi neutron fisi serentak, χ_g^p , tidak sama dengan spektrum energi neutron kasip, χ_g^c . Energi neutron kasip cenderung sedikit lebih rendah dari pada neutron serentak.

Jika persamaan (3.56) direduksi menjadi persamaan difusi neutron multigroup dalam keadaan tunak maka diperoleh:

$$\lambda_i C_i(r, t) = \beta_i \sum_{g'=1}^G v_{g'} \sum_{fg'}(r) \phi_{g'} \quad (3.57)$$

Jika persamaan (3.57) kita masukkan ke persamaan (3.55), maka kita peroleh:

$$0 = \nabla \cdot D_g \nabla \phi_g - \sum_{ag} \phi_g - \sum_{sg} \phi_g + \sum_{g'=1}^G \sum_{sg'g} \phi_{g'} + \chi_g^p (1 - \beta) \sum_{g'=1}^G v_{g'} \sum_{fg'}(r) \phi_{g'} + \chi_g^c \sum_{i=1}^N \lambda_i C_i(r, t) \quad (3.58)$$

Dengan mengelompokkan suku-suku fisi, maka kita peroleh:

$$0 = \nabla \cdot D_g \nabla \phi_g - \sum_{ag} \phi_g - \sum_{sg} \phi_g + \sum_{g'=1}^G \sum_{sg'g} \phi_{g'} + [\chi_g^p + (\chi_g^c - \chi_g^p) \beta] \sum_{g'=1}^G v_{g'} \sum_{fg'}(r) \phi_{g'} \quad (3.59)$$

Faktor $(\chi_g^c - \chi_g^p)$ hanya akan sama dengan nol apabila kedua spektrum energi adalah sama.

Persamaan kinetika reaktor disusun untuk memperoleh daya reaktor yang sebanding dengan fluks neutron. Sedangkan fuks neutron sendiri tergantung dari parameter-parameter neutronik antara lain: populasi neutron (n), prekursor neutron kasip (C), reaktivitas total (ρ), reaktifitas akibat

perubahan temperatur bahan bakar (ρ_i), reaktivitas akibat perubahan temperatur pendingin (ρ_c), fraksi neutron kasip (χ_g^c), konstanta peluruhan prekursor neutron kasip ke-i (β_i), dan waktu generasi neutron.

D. Sistem Termal Hidraulik Teras Reaktor

Pada pemodelan dan perancangan reaktor nuklir, setelah sistem neutronik maka yang penting harus dipelajari kemudian adalah sistem termal hidraulik terutama masalah perpindahan panas (*heat transfer*). Ada tiga jenis perpindahan panas yaitu: konduksi, konveksi dan radiasi. Konduksi apabila perpindahan panas melalui benda padat. Konveksi apabila melalui pergerakan cairan atau gas dalam suatu bejana. Radiasi apabila perpindahan panas dari suatu permukaan obyek ke permukaan obyek yang lain dalam suatu jarak. Sebagai ukuran kuantitas adalah "Entalpi" atau aliran panas, sedangkan ukuran potensial adalah suhu atau temperatur. Energi panas dalam teras reaktor dihasilkan oleh bahan bakar yang terdistribusi secara konduksi dari sumbu batang bahan bakar sampai ke dinding permukaan silinder metal pembungkus bahan bakar (*clad*).

Batas antara permukaan batang bahan bakar dengan cairan pendingin adalah sangat penting karena di sinilah keluaran daya reaktor berakhir dan terjadinya perpindahan panas dari bahan bakar ke cairan pendingin. Laju panas yang dihasilkan pada bahan bakar sebanding dengan daya reaktor. Energi panas tersebut kemudian dipindahkan melalui pergerakan cairan yang mengalir sepanjang batang bahan bakar dengan cara konveksi paksa (*forced convection*). Disebut konveksi paksa karena sirkulasi cairan pendingin dilakukan secara paksa oleh pompa primer. Ketika reaktor dalam keadaan tunak, suhu bahan bakar lebih tinggi dibandingkan suhu pendingin, sehingga perpindahan panas mengalir dari daerah yang bersuhu tinggi yaitu batang bahan bakar, ke daerah yang bersuhu rendah, yaitu aliran pendingin. Perpindahan panas merupakan kata kunci sebagai faktor pembatas daya reaktor. Daya yang berlebihan dapat menimbulkan masalah dalam perpindahan panas. Fluks panas akan terakumulasi dan mencapai kondisi kritis yang dapat mengakibatkan melelehnya selongsong batang bahan bakar (*Critical Heat Flux*). Oleh sebab itu perlu penurunan persamaan konduktivitas panas pada elemen bahan bakar untuk menjamin bahwa tidak ada limit panas yang dilampaui.

D.1. Konduksi Panas Radial di Bahan bakar

Persamaan perpindahan panas diturunkan dari hukum kekekalan: massa, energi dan momentum. Demikian juga untuk benda padat, maka

persamaan umum keseimbangan energi termik dalam suatu volume V adalah:

$$\iiint_V \frac{\partial(\rho e)}{\partial t} dV = \iiint_V q'''(r, t) dV - \iint_S q''(r, t) \cdot \hat{n} dS \quad (3.60)$$

dimana: $\rho \equiv$ kerapatan bahan (kg/m^3)
 $e \equiv$ energi internal (J)
 $q'''(r) \equiv$ kerapatan daya panas volumetrik ($\text{J/m}^3\text{-s}=\text{W/m}^3$)
 $q'' \equiv$ vektor kerapatan daya panas ($\text{J/m}^2\text{-s}=\text{W/m}^2$)
 $n \equiv$ unit vektor permukaan.
 $S \equiv$ luas permukaan (m^2)
 $V \equiv$ volume (m^3)

Energi internal : $e = cT$, dimana c adalah kapasitas panas ($\text{J/kg}^\circ\text{K}$) dan T adalah suhu ($^\circ\text{K}$). Dengan hukum Gauss, kita dapat mengubah integral luas permukaan menjadi integral volume sehingga diperoleh persamaan:

$$\frac{\partial(\rho c T)}{\partial t} = q'''(r, t) - \nabla \cdot q''(r, t) \quad (3.61)$$

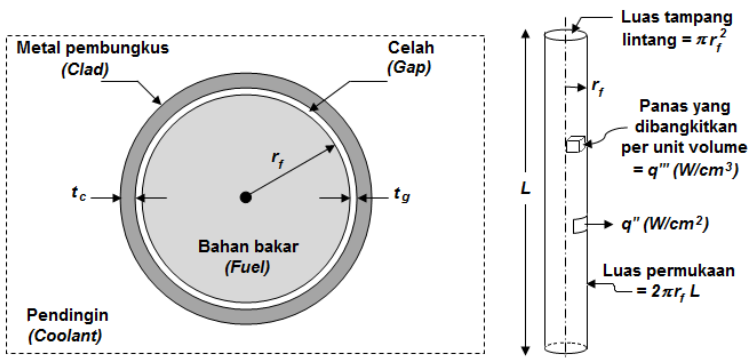
Hubungan antara fluks panas dengan suhu diperoleh dengan menerapkan hukum Fourier untuk konduksi panas pada suatu benda padat, yaitu:

$$q''(r, t) = -k \nabla T(r, t) \quad (3.62)$$

Dengan: $k \equiv$ konduktivitas panas ($\text{J/m}^\circ\text{Ks}$). Maka dihasilkan bentuk persamaan yang umum digunakan:

$$\frac{\partial(\rho c T)}{\partial t} = q'''(r, t) + \nabla \cdot k \nabla T(r, t) \quad (3.63)$$

Bahan bakar nuklir biasa berbentuk batang selinder panjang dan tipis seperti pensil (*pin*). Pelet bahan bakar dikelilingi oleh pembungkus metal (*clad*) untuk melindungi bahan bakar dari pengikisan dan korosi serta menjaga agar produk fisi tidak masuk ke dalam cairan pendingin. Antara pembungkus metal dengan bahan bakar biasanya ada celah kecil (*gap*) yang menyebabkan tahanan terhadap perpindahan panas yang cukup berarti. Cairan pendingin mengelilingi batang bahan bakar untuk mengangkut panas ke luar teras reaktor. Laju daya panas yang dibangkitkan di dalam bahan bakar, sebanding dengan laju reaksi fisi berantai. Konduksi panas yang melalui zat padat ditentukan oleh gradian suhu. Oleh karena sepanjang batang bahan bakar, gradian suhu radial jauh lebih besar dari pada gradian suhu aksial, maka konduksi panas aksial biasanya dapat diabaikan.



Gambar 3.14 – Penampang lintang dan batang selinder bahan bakar

Sebetulnya ada variasi kecil pada pembangkitan panas, tetapi kita anggap laju kerapatan daya panas, q''' , adalah seragam. Kerapatan daya panas linier, q' , didefinisikan sebagai panas yang dibangkitkan per unit panjang bahan bakar (jari-jari lingkaran r_f):

$$q' = \int_0^{r_f} q''' \cdot 2\pi r dr = \pi r_f^2 q''' \quad (\text{W/cm}) \quad (3.64)$$

Dalam keadaan tunak, seluruh panas yang dibangkitkan dalam volume bahan bakar harus diangkut keluar melalui permukaan bahan. Maka rapat daya panas melalui luas permukaan adalah:

$$\int_S q' dA = q' \cdot 2\pi r_f = q' \Rightarrow q' = \frac{q'}{2\pi r_f} \quad (3.65)$$

Maka dari persamaan (3.64) dan (3.65) untuk q''' seragam diperoleh:

$$q' = \frac{\pi r_f^2 q'''}{2\pi r_f} = \frac{r_f}{2} q''' \quad (3.66)$$

D.1.1. Pelet Bahan Bakar

Persamaan (3.63) untuk keadaan tunak adalah:

$$0 = q'''(r) + \nabla \cdot k \nabla T(r) \Rightarrow -\nabla \cdot k \nabla T(r) = q'''(r) \quad (3.67)$$

Panjang batang bahan bakar jauh lebih besar dari pada diameter bahan bakar, maka perpindahan panas aksial dapat diabaikan. Jadi untuk koordinat radial diperoleh:

$$k_f r \frac{dT}{dr} = -\frac{r^2}{2} q''' \quad (3.68)$$

Konstanta integrasi adalah nol karena gradien suhu untuk $r = 0$ adalah nol. Konduktivitas panas, k , adalah fungsi dari suhu (T) dalam bahan bakar. Maka integrasi persamaan (3.68) adalah:

$$\int_{T_0}^{T_F} k_f(T) dT = -\frac{r_f^2}{4} q''' \equiv \bar{k}_f (T_F - T_0) \quad (3.69)$$

T_0 adalah suhu pada titik pusat bahan bakar dan T_F adalah suhu pada jari-jari tampang lintang pelet bahan bakar. Dari persamaan (3.64) dan (3.69), kita peroleh:

$$\Delta T_{fuel} \equiv T_F - T_0 = \frac{r_f^2}{4k_f} q''' = \frac{q'}{4\pi k_f} \quad (3.70)$$

Selisih suhu tidak tergantung jari-jari, maka akan didapatkan selisih suhu yang sama untuk setiap q' . Untuk keramik UO_2 , $k_f = 0.02 - 0.03 \text{ W/cm} \cdot \text{°K}$. Pada $q' = 500 \text{ W/cm}$, maka ΔT adalah sekitar 1400 °K .

D.1.2. Celah antara Pelet dengan Pembungkus Metal (Gap)

Persamaan (3.63) dalam keadaan tunak untuk daerah *gap* adalah:

$$-\frac{1}{r} \frac{dT}{dr} \left(k_g r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (3.71)$$

Maka dapat langsung diintegrasikan, diperoleh:

$$k_g r \frac{dT}{dr} = \text{kons tan} \Rightarrow -k_g \frac{dT}{dr} = -\frac{\text{kons tan}}{r} \quad (3.72)$$

Konstanta integrasi ditentukan dengan menganggap rapat daya panas, q'' , pada batas antara bahan bakar dengan *gap*:

$$-k_g \frac{dT}{dr} \Big|_{r=r_f} = q'' = \frac{q'}{2\pi r_f} \quad (3.73)$$

Dari persamaan (3.72) dan (3.73), diperoleh:

$$k_g r \frac{dT}{dr} \Big|_{r=r_f} = -\frac{q'}{2\pi} \Rightarrow k_g dT = -\frac{q'}{2\pi} \frac{dr}{r} \quad (3.74)$$

Dengan mengintegrasikan lagi, diperoleh:

$$k_g \Delta T_{Gap} \equiv k_g (T_F - T_C) = \frac{q'}{2\pi} \ln \left(\frac{r_f + t_g}{r_f} \right) \quad (3.75)$$

Kondisi batas $T=T_C$ pada $r = r_f + t_g$ dimasukkan kedalam solusi diatas, maka akhirnya kita dapatkan:

$$\Delta T_{Gap} = \frac{q'}{2\pi k_g} \ln \left(\frac{r_f + t_g}{r_f} \right) = \frac{q'}{2\pi k_g} \left(\frac{t_g}{r_f} \right) \text{ karena : } \ln(1+x) \approx x \quad (3.76)$$

Konduktivitas gap $k_g \approx 0,002 \text{ W/cm} \cdot ^\circ\text{K}$, ketebalan gap $t_g = 0,005 \text{ cm}$, dan ΔT_{Gap} sekitar 300°C untuk $q'=500 \text{ W/cm}$. Oleh karena bahan bakar akan bengkak untuk menyentuh *clad*, maka koefisien perpindahan panas efektif, h_G , adalah:

$$h_G (\Delta T_{Gap}) = q' \quad (3.77)$$

Maka:

$$\Delta T_{Gap} = \frac{q'}{2\pi r_f h_G} \quad (3.78)$$

Jika koefisien perpindahan panas, $h_G = 0,5 - 1,1 \text{ W/cm}^2 \cdot ^\circ\text{K}$, maka $T_{Gap} < 300^\circ\text{C}$.

D.1.3. Pembungkus Metal (Clad)

Seperti pada daerah celah (*gap*), persamaan dalam keadaan tunak untuk daerah pembungkus metal (*clad*) adalah:

$$-\frac{1}{r} \frac{dT}{dr} \left(k_c r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \quad (3.79)$$

Penyelesaiannya sama seperti untuk celah sehingga diperoleh:

$$k_c \Delta T_{Clad} \equiv k_g (T_C - T_S) = \frac{q'}{2\pi} \ln \left(\frac{r_f + t_g + t_c}{r_f + t_g} \right) \quad (3.80)$$

T_S adalah suhu di batas permukaan pembungkus metal dengan pendingin. Kondisi batas $T=TS$ pada $r = r_f + r_g + r_c$, sehingga diperoleh:

$$\Delta T_{clad} = \frac{q'}{2\pi k_c} \ln\left(\frac{r_f + t_g + t_c}{r_f + t_g}\right) = \frac{q'}{2\pi k_c} \left(\frac{t_g + t_c}{r_f + t_g}\right) \text{ karena : } \ln(1 + x) \approx x \quad (3.81)$$

Konduktivitas pembungkus metal $k_c \approx 0,11 \text{ W/cm}^\circ\text{K}$ memberikan T_{clad} sekitar 80°C untuk $q' = 500 \text{ W/cm}$.

D.1.4. Pendingin (Coolant)

Dari pembungkus metal ke pendingin, rapat daya panas ditentukan oleh:

$$q' = h_s(T_S - T_{FL}) \quad (3.82)$$

T_{FL} adalah suhu fluida pendingin, dimana selisih suhu turun antara permukaan pembungkus dengan fluida pendingin adalah:

$$\Delta T_{cool} = \frac{q''}{h_s} = \frac{q'}{2\pi h_s(r_f + t_c + t_g)} \quad (3.83)$$

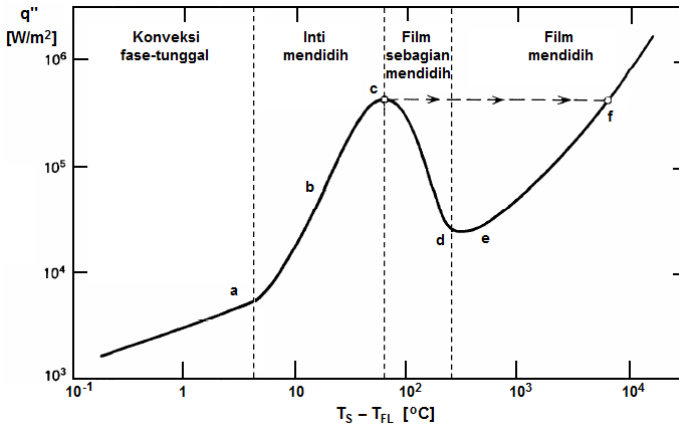
Koefisien perpindahan panas, $h_s \approx 4,5 \text{ W/cm}^2\text{-}^\circ\text{K}$, memberikan T_{cool} sekitar $10\text{-}20^\circ\text{C}$.

D.1.5. Perbedaan Suhu Secara Keseluruhan

Dengan menjumlahkan perbedaan suhu antara bahan bakar, celah, pembungkus metal dan pendingin, kita peroleh perbedaan suhu total adalah:

$$\Delta T_{Total} = T_0 - T_{FL} = \frac{q''}{2\pi} \left(\frac{1}{2k_f} + \frac{1}{h_g r_f} + \frac{t_g + t_c}{k_c(r_f + t_c)} + \frac{1}{h_s(r_f + t_c + t_g)} \right) \quad (3.84)$$

Persamaan-persamaan selisih suhu (ΔT) diatas digunakan untuk menghitung distribusi suhu pada pelet bahan bakar, celah, pembungkus metal dan pendingin. Perhitungan ini sangat diperlukan untuk menjamin bahwa tidak ada batas limit panas (*thermal limitation*) yang dilewati. Jika diberikan suhu pendingin, maka suhu pada garis pusat bahan bakar akan mengambang diatas suhu pendingin dalam jumlah bergantung pada panas yang dibangkitkan dalam pelet bahan bakar ditambah berbagai hambatan yang terjadi pada aliran panas. Untuk rancangan bahan bakar tertentu, sebagian besar parameter sudah ditetapkan untuk operasi normal kecuali koefisien perpindahan panas luas permukaan, h_s .



Gambar 3.15 - Rapat daya panas vs. ΔT

Gambar 3.15 memperlihatkan koefisien perpindahan panas luas permukaan (h_s), yang didefinisikan sebagai garis miring kurva $q''-\Delta T$, ternyata berfluktuasi secara signifikan. Jika suhu permukaan batang bahan bakar sangat tinggi, maka terbentuk lapisan uap pada permukaan pembungkus metal yang menyebabkan panas tidak dapat mengalir keluar dari bahan bakar. Akibatnya, nilai koefisien perpindahan panas h_s menurun tajam. Hal ini dapat menimbulkan krisis yaitu jika pengatur daya tidak berfungsi atau jika terjadi kehilangan aliran pendingin. Hasil dari krisis seperti ini, pembungkus metal dapat meleleh dan melepaskan produk fisi ke sistem pendingin, dan mungkin ke siklus turbin dan atmosfer

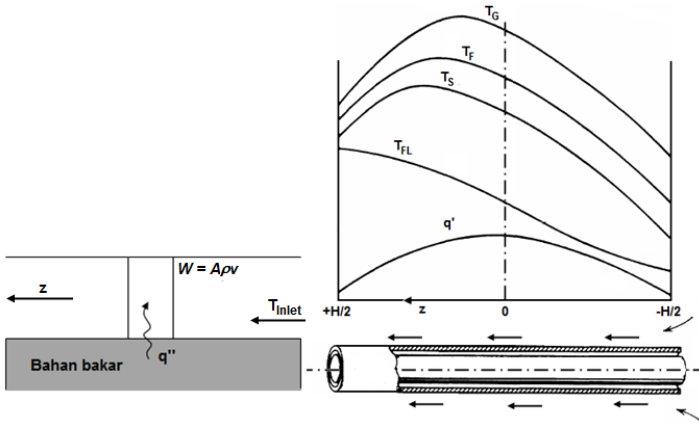
D.2. Konveksi Panas Aksial pada Bahan Bakar

Fluida pendingin mengalir sepanjang batang bahan bakar melalui kanal (channel) pendingin. Molekul-molekul fluida akan mengangkut panas yang dibangkitkan pada permukaan batang bahan bakar secara konveksi paksa (bukan alamiah) disebabkan adanya perbedaan suhu dan tekanan oleh pompa untuk menggerakkan sirkulasi fluida. Persamaan keseimbangan energi untuk keadaan tunak pada gumpalan fluida pendingin dengan panjang dz mengelilingi batang bahan bakar adalah:

$$Adz \frac{\partial(\rho h)}{\partial t} = 0 = (A\rho h v) \Big|_z - (A\rho h v) \Big|_{z+dz} + q''(z)2\pi r_f dz \quad (3.85)$$

Dengan tidak adanya sumber panas dibangkitkan di dalam pendingin, maka $q'''=0$. Definisikan aliran massa $W = A\rho v$ (kg/s) dan mengubah q'' menjadi q' , maka diperoleh:

$$W(h_{z+dz} - h_z) = q'(z)dz \quad (3.86)$$



Gambar 3.16 – Keseimbangan energi aksial

W adalah konstan sepanjang kanal dan kerapatan daya panas merupakan fungsi posisi aksial karena distribusi kerapatan daya reaktor tidak seragam. Oleh karena merupakan fase-tunggal, maka:

$$Wc_p dT = q'(z)dz = q_0 \cos\left(\frac{z}{H} \pi\right) dz \quad (3.87)$$

Di mana $H \equiv$ panjang kanal, $z=0$ pada titik tengah kanal dan $c_p \equiv$ kapasitas panas pendingin. Dengan mengintegrasikan dari masukan kanal ($z=-H/2$) sampai keluaran kanal ($z=+H/2$), diperoleh:

$$T_{FL}(z) - T_{inlet} = \frac{q_0 H}{\pi c W} \left(\sin\left(\frac{\pi z}{H}\right) + 1 \right) \quad (3.88)$$

D.3. Distribusi Kerapatan Pendingin

Suhu cairan pendingin di dalam teras reaktor tidak homogen, melainkan berbeda-beda mengikuti distribusi kerapatan daya panas yang dihasilkan bahan bakar. Demikian juga kerapatan pendingin di dalam teras reaktor juga tidak homogen, melainkan mengikuti distribusi suhunya. Bila distribusi fluks neutron, $\phi(r)$, dalam teras reaktor diketahui maka dapat dihitung distribusi kerapatan daya dalam teras reaktor yaitu:

$$q''' = E_f \Sigma_f \phi(r) \quad (3.89)$$

dengan: $E_f \equiv$ energi yang dilepaskan pada satu reaksi fisi (J) dan $\Sigma_f \equiv$ tampang lintang makroskopik (m^{-1}).

Kerapatan suatu fluida sangat dipengaruhi suhunya, oleh karena itu kerapatan pendingin di dalam teras reaktor juga tidak seragam, melainkan mengikuti distribusi suhu. Hubungan antara kerapatan pendingin dengan suhu adalah:

$$\rho(T) = \rho_0 [1 - \alpha(T - T_0)] \quad (3.90)$$

Dengan: $\alpha \equiv$ adalah koefisien perubahan kerapatan.

Laju aliran pendingin yang lebih cepat akan memberikan koefisien perpindahan panas yang lebih baik dan memberikan limit suhu bahan bakar yang lebih tinggi. Akan tetapi, laju aliran pendingin yang lebih cepat akan menyebabkan turunnya tekanan pendingin di teras reaktor, sehingga untuk mengkompensasinya dibutuhkan daya pemompaan yang lebih besar.

D.4. Penurunan Tekanan Pendingin

Selain menentukan distribusi aliran pendingin yang optimal, aspek penting lainnya dalam teras reaktor adalah penurunan tekanan (*pressure drop*). Ketika pendingin mengalir melalui kanal pendingin, maka akan terjadi penurunan tekanan.

Ada empat faktor yang menyebabkan penurunan tekanan pendingin sepanjang bundel bahan bakar, yaitu:

1. Gesekan dengan batang bahan bakar;
2. Jarak antara kisi-kisi penyangga;
3. Penyusutan pada jalur masuk dan perluasan pada jalur keluar;
4. Faktor ketinggian

D.4.1. Penurunan Tekanan akibat Gesekan Batang Bahan Bakar

Rumus umum penurunan tekanan pendingin akibat faktor gesekan dengan batang bahan bakar adalah:

$$\Delta P_{fric} = \frac{2L\rho v^2 f}{D_h} \quad (3.91)$$

dengan: $L \equiv$ panjang kanal (cm); $\rho \equiv$ kerapatan pendingin (g/cm^3); $v \equiv$ kecepatan aliran pendingin (cm/s); $f \equiv$ koefisien gesekan *Fanning*; $D_h \equiv$ diameter kanal hidrolis (cm).

Koefisien gesekan biasanya diperoleh secara eksperimental untuk bundel bahan bakar tertentu. Rumus umum koefisien gesekan Fanning adalah:

$$f = a Re^{-b} \quad (3.92)$$

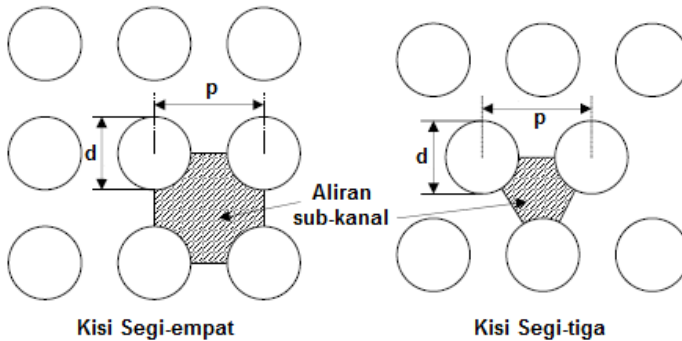
dengan: $Re \equiv$ bilangan Reynolds; a & $b \equiv$ konstanta. Persamaan empiris koefisien gesekan *Fanning* untuk aliran pendingin di dalam teras reaktor jenis PWR yang bersifat turbulen (rumus *Blasius*) adalah:

$$f = 0,079.Re^{-0,25}, \quad 2100 < Re < 105 \quad (3.93)$$

Diameter hidraulik dari suatu kanal dengan bentuk sembarang dapat didefinisikan dengan:

$$D_h = \frac{4A}{P_w} \quad (3.94)$$

dimana: $A \equiv$ luas tampang lintang kanal (cm^2); $P_w \equiv$ garis keliling batas kanal (cm).



Gambar 3.17 – Sub-kanal pendingin dalam bundel batang bahan bakar

Diameter hidraulik untuk kisi segi-empat dan kisi segi-tiga dapat dihitung dari persamaan (3.94) berdasarkan prinsip pada gambar 3.17. Diameter hidraulik untuk kisi segi-empat adalah:

$$D_h = d \left[\frac{4}{\pi} \left(\frac{p}{d} \right)^2 - 1 \right] \quad (3.95)$$

Sedangkan diameter hidraulik untuk kisi segi-tiga adalah:

$$D_n = d \left[\frac{2\sqrt{3}}{\pi} \left(\frac{p}{d} \right)^2 - 1 \right] \quad (3.96)$$

D.4.2. Penurunan Tekanan akibat Bentuk

Pengurangan tekanan pendingin akibat faktor jarak antara kisi-kisi penyangga, dan faktor penyusutan pada jalur masuk serta perluasan pada jalur keluar, biasanya digabung sebagai faktor bentuk karena keduanya sama-sama perubahan momentum pendingin diakibatkan oleh perubahan geometri kanal pendingin. Rumus umumnya:

$$\Delta P_{form} = \sum_n \frac{K_n \rho V^2}{2} \quad (3.95)$$

dengan: $K_n \equiv$ koefisien gesekan bentuk. Nilai K_n didapat dari hasil eksperimen yang berbeda-beda tergantung dari masing-masing rancangan struktur geometri.

D.4.3. Penurunan Tekanan akibat Ketinggian

Rumus umum penurunan tekanan pendingin akibat faktor ketinggian adalah:

$$\Delta P_{elev} = \rho g dz \quad (3.95)$$

dengan: $g \equiv$ konstanta gravitasi (cm/s^2).

Penurunan tekanan total dapat diukur dengan persamaan berikut:

$$\Delta P_{tot} = \Delta P_{fric} + \Delta P_{form} + \Delta P_{elev} = \left(\frac{4Lf}{D_n} + \sum_n K_n \right) \frac{\rho V^2}{2} + \rho g L \sin \varphi \quad (3.96)$$

Pada PWR dimana terjadi aliran pendingin satu fase, kenaikan suhu pendingin di dalam teras reaktor tidak boleh melebihi suhu saturasi, agar cairan pendingin tidak mendidih (*boiling*). Namun sebaliknya pada BWR, dimana terjadi aliran pendingin dua fase, kenaikan temperatur justru harus melebihi suhu saturasi, agar terjadi fase uap pada pendingin teras reaktor.