

DOI: doi.org/10.58797/pilar.0101.04

Studi Projek Trajectories Partikel dalam Medan Magnet Non Homogen di Atlas dengan Menggunakan Runge-Kutta-Nystrom dan Runge-Kutta-Nystrom Adaptif

Muhammad Ridho Pratama*, Fadli Handoyo, Shallu Fidhah Ariyanti,
Delila Septiani Dwi Putri, Michael Setiyanto Silambi

Program Studi Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Negeri Jakarta

*Corresponding Email: ridhopratama251m@gmail.com

Received: 10 Februari 2022
Revised: 15 Maret 2022
Accepted: 28 Mei 2022
Online: 30 Juni 2022
Published: 30 Juni 2022

Mitra Pilar: Jurnal Pendidikan, Inovasi, dan Terapan Teknologi
p-ISSN: 2964-7622
e-ISSN: 2964-6014



Abstract

The problem that arises in the numerical method is the validation of the answers obtained from these calculations. Another phenomenon that can be analyzed using other numerical approaches was also discovered by the European Institute for Nuclear Research, CERN. four giant detectors record the energy-producing Higgs boson particles. One such detector is ATLAS. As for this research, a new adaptive Runge-Kutta-Nystrom method was developed for the STEP algorithm on the ATLAS detector. In solving problems regarding the determination of the second-order ordinary differential equation (2) on the path of particles in the non-homogeneous magnetic field of the ATLAS detector (A Toroidal LHC Apparatus). Two types of modified Runge-Kutta methods were used. This method is the adaptive Runge Kutta Nystrom method which is then compared with the usual Runge Kutta Nystrom method to find the function $r(s)$ which is a 2nd-order differential function. The output table contains data for arc length (s), the radius of curvature (r), the gradient of the function $R(dr/ds)$, and the step size (h). Runge-Kutta Nystrom Table Outputs. Adaptive Runge-Kutta Nystrom Graph Output. Runge-Kutta Nystrom Graph Output. Project Discussion. Based on Algorithm. Based on Time Consumption. Based on Cost-Computation. Based on the Step-Size Difference. Based on the time consumption, the Adaptive Runge-Kutta Nystrom algorithm requires a faster running time than the usual Runge-Kutta Nystrom algorithm. Adaptive Runge-Kutta Nystrom takes 1,095 seconds to run, and Runge Kutta Nystrom takes 2,135 seconds. If it is reviewed based on the computational side which is

focused on memory efficiency, the Adaptive Runge-Kutta Nystrom method is better than Runge-Kutta Nystrom.

Keywords: ATLAS, adaptive runge-kutta nystrom, runge-kutta nystrom

Abstrak

Permasalahan yang muncul pada metode numerik adalah validasi jawaban yang diperoleh dari perhitungan tersebut. Fenomena lain yang dapat dianalisis dengan menggunakan pendekatan numerik lainnya juga ditemukan oleh Lembaga Riset Nuklir Eropa, CERN. partikel Higgs boson yang menghasilkan energi direkam oleh empat detektor raksasa. Salah satu detektor tersebut adalah ATLAS. Adapun dalam penelitian ini dikembangkan metode Runge-Kutta-Nystrom adaptif yang baru untuk algoritma STEP pada detektor ATLAS Dalam menyelesaikan persoalan mengenai penentuan persamaan diferensial biasa orde 2 (dua) pada lintasan partikel dalam medan magnet non-homogen detektor ATLAS (A Toroidal LHC Apparatus) digunakan dua jenis metode Runge-Kutta yang dimodifikasi. Metode tersebut yaitu metode Runge Kutta Nystrom adaptif yang kemudian dibandingkan dengan metode Runge Kutta Nystrom biasa untuk mencari fungsi $r(s)$ yang merupakan fungsi diferensial orde 2. Output Tabel yang berisikan data nilai panjang busur (s), jari-jari kelengkungan (r), gradien fungsi $R(dr/ds)$, dan ukuran langkah (h). Output Tabel Runge-Kutta Nystrom. Output Grafik Runge-Kutta Nystrom Adaptif. Output Grafik Runge-Kutta Nystrom. Pembahasan Projek. Berdasarkan Algoritma. Berdasarkan Time Consumption. Berdasarkan Cost-Computation. Berdasarkan Perbedaan Step-Size. Berdasarkan sisi time consumption algoritma Runge-Kutta Nystrom Adaptif membutuhkan waktu running yang lebih cepat dibandingkan algoritma Runge-Kutta Nystrom biasa. Runge-Kutta Nystrom Adaptif membutuhkan waktu running selama 1.095 detik dan Runge Kutta Nystrom membutuhkan waktu selama 2.135 detik. Jika ditinjau berdasarkan sisi komputasi yang difokuskan pada efisiensi memori, maka dapat dikatakan bahwa metode Runge-Kutta Nystrom Adaptif lebih baik dari Runge-Kutta Nystrom.

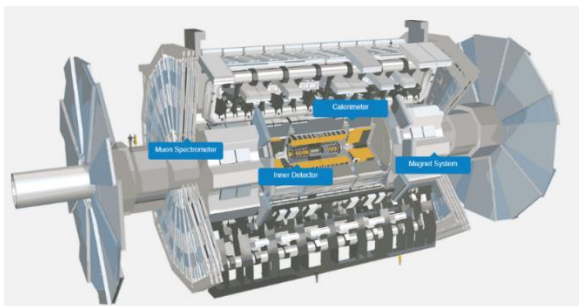
Kata-kata kunci: ATLAS, runge-kutta nystrom adaptif, runge-kutta nystrom.

PENDAHULUAN

Permasalahan yang muncul pada metode numerik adalah validasi jawaban yang diperoleh dari perhitungan tersebut. Pada fisika komputasi, analisis numerik tidak dilakukan. Padahal, dengan analisis numerik dapat diketahui tingkat kebenaran jawaban berdasarkan metode

numerik. Sehingga, langkah yang dapat dilakukan adalah membandingkan jawaban tersebut dengan hukum-hukum Fisika yang berlaku (Saefan, 2012). Berikut contoh permasalahan sehari-hari yang membutuhkan metode numerik untuk solusi penyelesaiannya, (1) sistem massa pegas - karakteristik osilasi tak linear (Zikri, et al., 2019), (2) persamaan diferensial rangkaian RLC (Murjannah, 2013), (3) hamburan kuantum potensial sentral (Ariefatosa, 2014), (4) *predator-prey models and chaos* (Chapra, 2015), (5) *chemical/bioengineering: transient response of a reactor (mass-balance models)* (Chapra, 2015), (6) peluruhan zat radioaktif (Krane, 2012), (7) penerapan hukum pendinginan newton (Chapra, 2015), (8) lintasan partikel elementer di dalam medan magnet (Fabian, 2019).

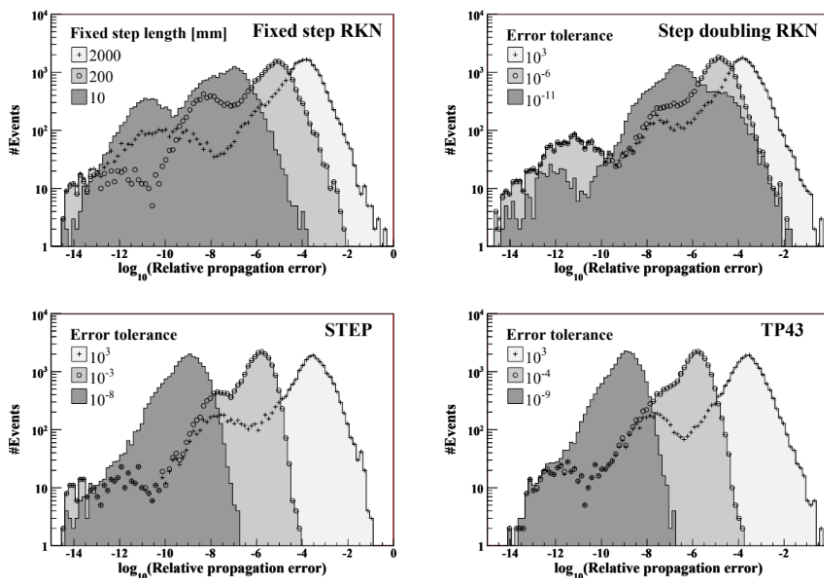
Fenomena lain yang dapat dianalisis dengan menggunakan pendekatan numerik lainnya juga ditemukan oleh Lembaga Riset Nuklir Eropa, CERN. Fisikawan di Lembaga Riset Nuklir Eropa CERN di Jenewa menemukan partikel Higgs boson. Partikel terkecil berputar-putar hingga mencapai kecepatan cahaya dan bertabrakan di akselerator partikel terbesar di dunia, LHC's Large Hadron Collider. Partikel tersebut kemudian meledak, berubah menjadi segudang partikel kecil yang menghasilkan energi yang direkam oleh empat detektor raksasa. Salah satu detektor tersebut adalah ATLAS. Alat ini menemukan partikel yang mirip dengan Higgs boson. ATLAS (*A Toroidal LHC Apparatus*) adalah sub-detektor konsentris partikel tinggi yang dirancang untuk merekam data dari momentum partikel yang terjadi di dalam detektor. Seluruh posisi yang dilalui partikel saat lolos dari detektor dapat direkam oleh ATLAS (Morisbak & Ould, 2011). ATLAS memiliki dimensi berbentuk silinder, dengan berat sebesar 7.000 ton, panjang 46 meter, diameter 25 meter, dan berada di gua 100 meter di bawah tanah. Di dalam apparatus ATLAS, bagian pertama yang akan terlihat adalah spektrometer partikel muon. Spektrometer ini terdiri dari beberapa ribu ruang yang membentuk lapisan terluar percobaan.



GAMBAR 1. Aparatur ATLAS

Pada skala kecil, geometri spektrometer muon selalu berubah dalam rentang waktu yang lambat. Ketika muon bergerak keluar dari titik tumbukan, lintasannya akan melengkung karena medan magnet toroidal di sekitarnya. Berdasarkan literatur, diketahui diameter rambut manusia adalah sekitar 100 μ m, dan 50 μ m adalah besar akurasi yang dibutuhkan untuk menentukan posisi partikel muon. Namun, ukuran diameter spektrometer muon ATLAS lebih besar dari 20m atau sekitar setengah juta kali akurasi pelurusan yang diperlukan. Dengan mengukur kelengkungannya (*sagitta*), maka dapat diperoleh besar momentum partikel muon. Untuk mengukur besar momentum, terlebih dahulu mengetahui bentuk lintasan geometri dari spektrometer muon. Semakin besar momentum partikel (terkait dengan energinya), maka kelengkungannya akan semakin kecil. Oleh karena itu, pada studi proyek ini akan dilakukan penentuan persamaan diferensial biasa orde 2 (dua) lintasan partikel dalam medan magnet non-homogen detektor ATLAS (*A Toroidal LHC Apparatus*) dengan metode Runge-Kutta-Nyström Adaptif (*step-halving*).

Penelitian yang relevan (studi terkait dengan topik yang sama) termuat dalam jurnal dengan judul “Track Propagation for Different Detector and Magnetic Field Setups In Acts”. Jurnal tersebut ditulis oleh Fabian Klimpel yang berkolaborasi dengan ATLAS (A Toroidal LHC Apparatus). Penelitian ini membahas beberapa langkah tetap (fixed steps) dan metode Runge-Kutta Adaptif yang sesuai untuk menyelesaikan persoalan parameter lintasan melalui medan magnet homogen. Selain itu, digunakan metode Runge-Kutta Nystrom Adaptif yang baru untuk memprediksi kesalahan lokal ekstrapolasi tanpa memasukkan tahap tambahan ke dalam metode Runge-Kutta Nystrom (Rufai, Mazzia, & Ramos, 2022).



GAMBAR 2. Distribusi logaritma dari kesalahan propagasi relatif dari metode *fixed step*, *step doubling*, dan adaptif (STEP) Runge-Kutta-Nystrom, dan untuk *embedded pair* TP43, untuk tiga panjang *fixed step* dan toleransi kesalahan

Adapun dalam penelitian ini dikembangkan metode Runge-Kutta-Nystrom adaptif yang baru untuk algoritma STEP pada detektor ATLAS (Ai, et al., 2022). A common tracking software project. Computing and Software for Big Science, 6(1), 1-23.. Algoritma STEP menggunakan parameter trek dan matriks kovarians terkait melalui detektor ATLAS, dengan mempertimbangkan medan magnet dan interaksi material. Perbandingan cost komputasi yang relatif luas dengan metode numerik yang ada — efektif untuk propagasi parameter sehingga menunjukkan bahwa metode adaptif Runge-Kutta-Nystrom yang baru menjadi yang paling efisien dan memiliki potensi untuk penerapannya dalam bidang lain.

METODE

Dalam menyelesaikan persoalan mengenai penentuan persamaan diferensial biasa orde 2 (dua) pada lintasan partikel dalam medan magnet non-homogen detektor ATLAS (A Toroidal LHC Apparatus) digunakan dua jenis metode Runge-Kutta yang dimodifikasi. Metode tersebut yaitu metode Runge Kutta Nystrom adaptif yang kemudian dibandingkan dengan metode Runge Kutta Nystrom biasa untuk mencari fungsi $r(s)$ yang merupakan fungsi diferensial orde 2. Untuk melihat variasi nilai stepsize, fungsi $r(s)$ dapat divisualisasikan dalam bentuk scatter maka akan nampak bahwa di titik-titik perubahan nilai $r(s)$ yang ekstrem, ukuran langkah akan berada di titik minimum untuk meningkatkan hasil yang lebih akurasi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Tabel

Output Tabel Runge-Kutta Nystrom Adaptif

GAMBAR 3 adalah output tabel dengan metode Runge Kutta Nystrom Adaptif yang berisikan data nilai panjang busur (s), jari-jari kelengkungan (r), gradien fungsi $R(dr/ds)$, dan ukuran langkah (h). Untuk tabel dengan iterasi lengkap (0-3910) akan dilampirkan pada file gdrive di LAMPIRAN 1.

Iterasi	Panjang Busur (S)	Jari-Jari Kelengkungan (R)	Gradien fungsi $R(dr/ds)$	Ukuran Langkah (h)
0	0,01	1	0,5	0,25
1	0,26	-28,70998879	186,7495921	0,25
2	0,51	5115,379402	48476,33555	0,25
3	0,76	33026,17329	227262,7547	0,25
4	1,01	51045,10371	-78798,26047	0,25
5	1,26	37635,5725	-43453,13285	0,25
6	1,51	33606,35831	13465,4812	0,25
7	1,76	36852,72179	10994,10247	0,25
8	2,01	39140,1411	7482,361364	0,25
9	2,26	41135,38029	9836,876202	0,25
10	2,51	43788,74976	11116,67442	0,25
11	2,76	46913,16384	12538,05089	0,25
12	3,01	49487,07966	9460,90457	0,25
13	3,26	50844,53649	1897,557448	0,25
14	3,51	51383,35772	2511,120733	0,25
15	3,76	52261,61436	4100,80076	0,25
16	4,01	53239,85709	3866,617796	0,25
17	4,26	53867,43225	2290,503848	0,25
18	4,51	118812,0542	584124,0256	0,25
19	4,76	263409,3885	657278,1157	0,25
20	5,01	402994,0571	478757,5697	0,25
21	5,26	391798,1156	-541059,255	0,25
3888	1985,865384	16086288,37	-3835,890089	0,582393594
3889	1986,447778	16084054,87	-3832,440835	0,796768087
3890	1987,244546	16080990,81	-3806,070377	0,35041673
3891	1987,594963	16079657,24	-3805,948651	0,703614557
3892	1988,298577	16076979,37	-3806,884611	1,028952274
3893	1989,32753	16073067,02	-3798,625244	0,935017578
3894	1990,262547	16069516,96	-3792,261485	0,632440722
3895	1990,894988	16067118,19	-3792,588579	0,650122998
3896	1991,545111	16064707,38	-3624,509468	0,25
3897	1991,795111	16063808,91	-3564,847893	0,25
3898	1992,045111	16062917,54	-3565,240384	1,802792754
3899	1993,847904	16056479,52	-3657,233627	0,411113459
3900	1994,259017	16054976,31	-3656,082381	0,585840993
3901	1994,844858	16052835,88	-3651,048473	0,98430848
3902	1995,829167	16049241,29	-3652,893287	0,684913972
3903	1996,514081	16046738,73	-3654,564981	0,823235728
3904	1997,337316	16043729,73	-3658,570163	0,455074662
3905	1997,792391	16042064,85	-3662,858155	0,383680399
3906	1998,176071	16040659,28	-3664,865376	0,599906184
3907	1998,775978	16038460,25	-3666,355179	0,515784092
3908	1999,291762	16036569,3	-3664,44746	0,687835037
3909	1999,979597	16034050,17	-3662,361528	0,488773899
3910	2000,468371	16032259,32	-3665,227131	0,707382334

GAMBAR 3. Output tabel runge-kutta nystrom adaptif

Output Tabel Runge-Kutta Nystrom

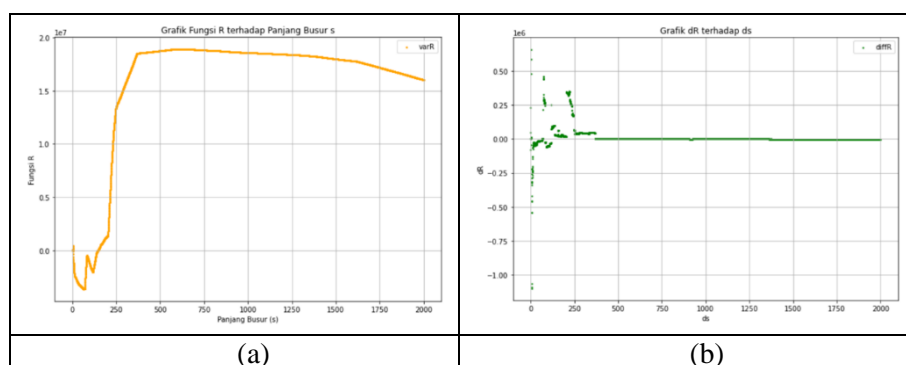
GAMBAR 4 adalah output tabel dengan metode Runge Kutta Nystrom yang berisikan data nilai panjang busur (s), jari-jari kelengkungan (r), gradien fungsi $R(dr/ds)$, dan ukuran langkah (h). Untuk tabel dengan iterasi lengkap (0-7992) akan dilampirkan pada file gdrive di LAMPIRAN 1.

0	0,01	1	0,5	0,25
1	0,26	-28,70998879	186,7495921	0,25
2	0,51	5115,379402	48476,33555	0,25
3	0,76	33026,17329	227262,7547	0,25
4	1,01	51045,10371	-78798,26047	0,25
5	1,26	37635,5725	-43453,13285	0,25
6	1,51	33606,35831	13465,4812	0,25
7	1,76	36852,72179	10994,10247	0,25
8	2,01	39140,1411	7482,361364	0,25
9	2,26	41135,38029	9836,876202	0,25
10	2,51	43788,74976	11116,67442	0,25
11	2,76	46913,16384	12538,05089	0,25
12	3,01	49487,07966	9460,90457	0,25
13	3,26	50844,53649	1897,557448	0,25
14	3,51	51383,35772	2511,120733	0,25
15	3,76	52261,61436	4100,80076	0,25
16	4,01	53239,85709	3866,617796	0,25
17	4,26	53867,43225	2290,503848	0,25
18	4,51	118812,0542	584124,0256	0,25
19	4,76	263409,3885	657278,1157	0,25
20	5,01	402994,0571	478757,5697	0,25
7971	1992,76	9560653,761	872,2874705	0,25
7972	1993,01	9560871,764	871,9960247	0,25
7973	1993,26	9561089,798	872,5730809	0,25
7974	1993,51	9561307,952	872,5096181	0,25
7975	1993,76	9561526,061	872,2568533	0,25
7976	1994,01	9561744,115	872,2201197	0,25
7977	1994,26	9561962,132	871,7007589	0,25
7978	1994,51	9562180,05	871,756445	0,25
7979	1994,76	9562397,982	871,7722158	0,25
7980	1995,01	9562615,916	871,6876002	0,25
7981	1995,26	9562834,046	873,1026535	0,25
7982	1995,51	9563052,334	873,2072391	0,25
7983	1995,76	9563270,683	873,8511377	0,25
7984	1996,01	9563489,146	873,8404041	0,25
7985	1996,26	9563707,581	873,9216822	0,25
7986	1996,51	9563926,195	874,8171586	0,25
7987	1996,76	9564144,907	874,8678177	0,25
7988	1997,01	9564363,639	874,9474945	0,25
7989	1997,26	9564582,821	872,2713566	0,25
7990	1997,51	9564801,011	872,74665	0,25
7991	1997,76	9565019,205	872,7301762	0,25
7992	1998,01	9565237,287	872,1393439	0,25

GAMBAR 4. Output tabel runge-kutta nystrom

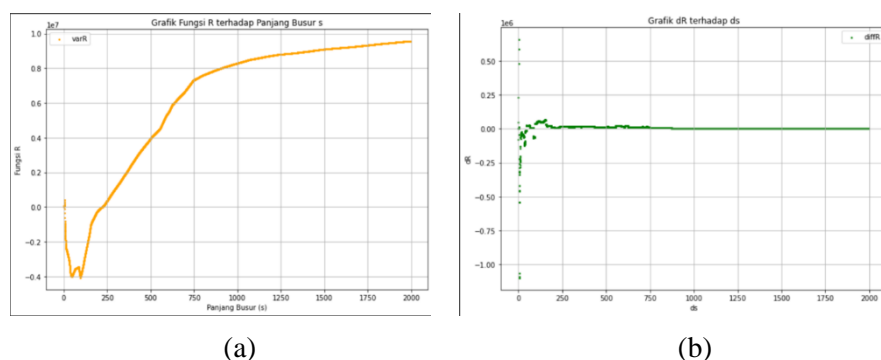
Grafik

Output Grafik Runge-Kutta Nystrom Adaptif



GAMBAR 5. (a) output grafik RK Nystrom adaptif fungsi R terhadap panjang busur s , (b) grafik turunan R (dr) terhadap turunan panjang busur s (ds)

Output Grafik Runge-Kutta Nystrom



GAMBAR 6. (a) output grafik RK Nystrom fungsi R terhadap panjang busur s , (b) grafik turunan R (dr) terhadap turunan panjang busur s (ds)

Animasi

Hasil animasi berupa video akan dilampirkan pada LAMPIRAN 1.

Pembahasan

Pembahasan Proyek

Pada proyek ini, solusi yang akan dihasilkan merupakan solusi dari fungsi jari-jari terhadap panjang busur yang dihasilkan oleh lintasan partikel dalam detektor ATLAS (Guo, et al., 2022). Sehingga, pada dasarnya solusi dari persamaan yang menjadi akar masalah bukanlah sebuah lintasan, melainkan sebuah besar jari-jari dari panjang busur terhadap centroid atau pusatnya, dimana ketika panjang busur yang bertambah besar seiring waktu akan menentukan besar jari-jari seiring waktu juga. Maka dari itu, akan banyak anomali dalam grafik yang membutuhkan *stepsize* yang rapat namun juga ada beberapa area dalam fungsi $r(s)$ yang relatif linear.

Dalam mengatasi hal tersebut digunakan metode Runge Kutta Nystrom adaptif yang dibandingkan dengan metode Runge Kutta Nystrom biasa untuk mencari fungsi $r(s)$ yang merupakan fungsi diferensial orde 2. Untuk melihat variasi nilai *stepsize*, fungsi $r(s)$ dapat divisualisasikan dalam bentuk *scatter* maka akan nampak bahwa di titik-titik perubahan nilai $r(s)$ yang ekstrem, ukuran langkah akan berada di titik minimum untuk meningkatkan hasil yang lebih akurasi.

Berdasarkan Algoritma

Perbedaan yang mendasari metode Runge Kutta Nystrom Adaptif dan Runge Kutta Nystrom biasa terletak pada penambahan *script line* untuk menghitung galat dan menambahkan fungsi pengambilan keputusan untuk menentukan *stepsize* minimum yang telah ditetapkan. Selain itu, dibutuhkan variabel dengan tipe *list* untuk menampung perubahan ukuran langkah setiap saatnya.

Berdasarkan Time Consumption

Pada project ini, solusi permasalahan diselesaikan dengan menggunakan dua jenis metode numerik runge-kutta, yaitu Runge-Kutta Nystrom dan Runge-Kutta Nystrom Adaptif. Perbedaan antara kedua persamaan tersebut telah dijelaskan pada subpoint sebelumnya. Dengan menggunakan bantuan library *timeit*, diperoleh hasil yang berbeda dari segi waktu running antara algoritma Runge Kutta Nystrom dengan algoritma Runge-Kutta Nystrom Adaptif. Berdasarkan hasil yang diperoleh, algoritma Runge-Kutta Nystrom Adaptif lebih cepat dibandingkan algoritma Runge-Kutta Nystrom biasa. Runge-Kutta Nystrom Adaptif membutuhkan waktu running selama 1.0948953780007287 detik dan Runge Kutta Nystrom membutuhkan waktu selama 2.1352499169997827 detik. Hal ini dikarenakan jumlah iterasi yang jelas berbeda antara keduanya. Pada algoritma RKNA *step-size* yang dihasilkan mengalami perubahan, sehingga membutuhkan iterasi yang lebih sedikit yaitu sebanyak 3910. Sedangkan pada algoritma RKN, iterasi yang dibutuhkan lebih banyak yaitu sebanyak 7992.

Berdasarkan Cost-Computation

Sesuai dengan pembahasan berdasarkan *time consumption*, diketahui bahwa metode RKNA membutuhkan waktu yang lebih cepat dibandingkan metode RKN. Hal ini juga sebanding dengan jumlah iterasi yang dihasilkannya. Jika ditinjau berdasarkan sisi komputasi yang difokuskan pada efisiensi memori, maka dapat dikatakan bahwa metode Runge-Kutta Nystrom Adaptif (RKNA) **lebih baik** dibandingkan dengan metode Runge-Kutta Nystrom (RKA). Hal tersebut dikarenakan tingkat efisiensi memori dapat dinilai berdasarkan jumlah iterasi yang dihasilkan. Semakin banyak jumlah iterasi dalam suatu program maka akan semakin panjang element *list* dan semakin banyak pula jumlah memori RAM yang dibutuhkan.

Berdasarkan Perbedaan Step-Size

Perbedaan yang mendasari metode Runge Kutta Nystrom Adaptif dan Runge Kutta Nystrom biasa terletak pada penambahan *script line* untuk menghitung galat dan menambahkan fungsi pengambilan keputusan untuk menentukan *stepsize* minimum yang telah ditetapkan. Selain itu, dibutuhkan variabel dengan tipe *list* untuk menampung perubahan ukuran langkah setiap saatnya.

KESIMPULAN

Dalam studi proyek ini, dari pembahasan yang telah dijelaskan dapat ditarik beberapa kesimpulan diantaranya:

1. Pada proyek ini fungsi $r(s)$ merupakan fungsi yang menyatakan jari-jari antara panjang busur terhadap centroid dari titik fokus yang terbentuk. Sehingga dengan kata lain, $r(s)$ bukanlah fungsi lintasan secara langsung, melainkan suatu besaran lain yang merupakan bagian dari lintasan partikel yang ditinjau. Dalam proyek ini, nilai dari $r(2000)$ dimana 2000 dalam satuan cm memiliki nilai sebagai berikut:
Berdasarkan Metode RKN Adaptif, $r(2000) = 16032259.3177$
Berdasarkan Metode RKN biasa, $r(2000) = 9565237.2870$
2. Berdasarkan sisi *time consumption* algoritma Runge-Kutta Nystrom Adaptif membutuhkan waktu *running* yang lebih cepat dibandingkan algoritma Runge-Kutta Nystrom biasa. Runge-Kutta Nystrom Adaptif membutuhkan waktu *running* selama 1.0948953780007287 detik dan Runge Kutta Nystrom membutuhkan waktu selama 2.1352499169997827 detik.
3. Jika ditinjau berdasarkan sisi komputasi yang difokuskan pada efisiensi memori, maka dapat dikatakan bahwa metode Runge-Kutta Nystrom Adaptif (RKNA) lebih baik dibandingkan dengan metode Runge-Kutta Nystrom (RKA).

REFERENSI

- Ai, X., Allaire, C., Calace, N., Czirkos, A., Elsing, M., Ene, I., & Zhang, J. (2022). A common tracking software project. *Computing and Software for Big Science*, 6(1), 1-23.
- Ariefatosa, F., Santoso, B., Muslim, M., & Mutanto, A. (2019). Penyelesaian Numerik Hamburan Kuantum Potensial Sentral Dengan Metode Runge-Kutta. *Jurnal Ilmiah Giga*, 17(1), 38-44.
- Chapra Steven, C., & Raymond P. Canale. (2015). *Numerical Methods for Engineers Seventh Edition*. New York Singapura: MC Graw-Hill Education.
- Guo, Y., Dietrich, F., Bertalan, T., Doncevic, D. T., Dahmen, M., Kevrekidis, I. G., & Li, Q. (2022). Personalized Algorithm Generation: A Case Study in Learning ODE Integrators. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 44(4), A1911-A1933.
- Klimpel, F., & ATLAS Collaboration. (2020, April). Track propagation for different detector and magnetic field setups in Acts. In *Journal of Physics: Conference Series* (Vol. 1525, No. 1, p. 012080). IOP Publishing.
- Krane, Kenneth S. (2012). *Modern Physics 3rd Edition*. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc.
- Morisbak, V. (2010). *Search for New Physics with ATLAS at LHC-Z dilepton resonance at high mass* (Doctoral dissertation, Oslo U.).
- MURJANNAH, W. S. S. (2013). Implementasi Rangkaian Rlc Dengan Metode Runge Kutta Orde 4. *Inovasi Fisika Indonesia*, 2(01).
- Rufai, M. A., Mazzia, F., & RAMOS, H. (2022). An adaptive optimized Runge-Kutta-Nyström method for second-order IVPs. *Authorea Preprints*.
- SAEFAN, J. (2012). Jawaban Analitik Sebagai Validasi Jawaban Numerik Pada Mata Kuliah Fisika Komputasi. *Media Penelitian Pendidikan: Jurnal Penelitian dalam Bidang Pendidikan dan Pengajaran*, 6(1).
- Zikri, F., Fajar, M. Y., & Gunawan, G. (2020, February). Penerapan Metode Runge-Kutta Fehlberg pada Model Sistem Pegas Massa Dua Derajat Kebebasan dengan Redaman. In *Prosiding SI MaNIs (Seminar Nasional Integrasi Matematika dan Nilai-Nilai Islami)* (Vol. 3, No. 1, pp. 230-238).

LAMPIRAN 1. Link hasil output

Berikut ini adalah link hasil output berupa video animasi dan file .xls yang berisikan data-data yang diperoleh dari program solusi penyelesaian menggunakan metode Runge-Kutta Nystrom Adaptif dan Runge-Kutta Nystrom.

[https://drive.google.com/drive/folders/17N11pYV0BnZFdZCB4PK_WHApU_fRdjX2?usp=share link](https://drive.google.com/drive/folders/17N11pYV0BnZFdZCB4PK_WHApU_fRdjX2?usp=share_link)