

Perancangan *Penstock* Menggunakan *Software Computational Fluid Dynamics*

Ridwan Arief Subekti, Anjar Susatyo
Puslit Tenaga Listrik dan Mekatronik – LIPI

ABSTRAK — PERANCANGAN *PENSTOCK* MENGGUNAKAN *SOFTWARE COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS*. *Penstock* berfungsi untuk menyalurkan dan mengarahkan air ke cerobong turbin. Untuk kebutuhan penelitian tersebut bahkan sampai tingkat disain, dibutuhkan suatu alat yang mampu menganalisis atau memprediksi dengan cepat dan akurat. Dalam mendisain *penstock*, dapat digunakan komputasi aliran fluida dinamik/*Computational Fluid Dynamics*(CFD). CFD akan memberikan pemahaman mendalam tentang *penstock* yang kita disain. Dengan prototipe virtual kita dapat mengetahui fenomena yang terjadi di dalam *penstock*. Tujuan analisis/simulasi CFD pada perancangan *penstock* ialah untuk membantu mendisain *penstock* lebih cepat dan hemat biaya. Dengan mengubah-ubah kondisi batas, kita dapat menentukan disain *penstock* yang optimal karena CFD dapat memprediksinya secara menyeluruh. Dengan metode pembuatan prototipe *penstock virtual* pada *software* GAMBIT (*Geometri and Mesh Building Intelligent Toolkit*), kita dapat menganalisis prototipe virtual tersebut menggunakan *software* *Fluent*. Kondisi batas yang digunakan pada sisi *inlet* adalah *inlet velocity* sedangkan kondisi batas yang digunakan pada sisi *outlet* adalah *outlet pressure*. Dengan analisis CFD yang dilakukan, didapat hasil rancangan *penstock* debit 0,0934 m³/s yang optimal adalah diameter *penstock* 16", panjang 2,5 meter, dengan *pressure* total pada sisi *inlet* (p_1) = 306554,655 Pascal dan *pressure* total pada sisi *outlet* (p_2) = 300318,64 Pascal.

Kata kunci : komputasi aliran fluida dinamik, *FLUENT*, *penstock*, perancangan, prototipe

ABSTRACT — *DESIGN OF PENSTOCK USING COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS SOFTWARE*. *penstock functions as to canalized and directing water into turbine intake. For the requirement of the research moreover design, is required an appliance capable to analyze or predicting quickly and accurately. In penstock design, we can use Computational Fluid Dynamics (CFD). CFD will give a profound understanding about penstock which we designed. With virtual prototype we can find out phenomenon that happened in penstock. The purpose of analysis / CFD simulation at penstock design is to assist penstock design more quickly and cost effectively. By varying boundary condition, we can determine optimal penstock design because CFD can predict totally. With method making of virtual penstock prototype at GAMBIT software (Geometry and Mesh Building Intelligent Toolkit), we can analyze the virtual prototype by use Fluent software. Inlet boundary condition is inlet velocity, while outlet boundary condition is outlet pressure. With CFD analysis, we got that the optimal diameter of penstock having debit 0,0934 m³/s is 16", length 2.5 meter, with total inlet pressure (p_1) = 306554.655 Pascal and total outlet pressure (p_2) = 300318.64 Pascal.*

Keywords: *Computational Fluid Dynamics, FLUENT, penstock, design, prototype*

I. PENDAHULUAN

Aliran fluida, baik cair maupun gas, adalah suatu zat yang sangat kentara dengan kehidupan kita sehari-hari. Untuk kebutuhan penelitian bahkan sampai dengan tingkat disain, dibutuhkan suatu alat yang mampu menganalisa atau memprediksinya dengan cepat dan akurat. Maka, berkembanglah suatu ilmu yang dinamakan *Computational Fluid Dynamic* (CFD) atau komputasi aliran fluida dinamik. Secara definisi, CFD adalah ilmu yang mempelajari cara memprediksi aliran fluida, perpindahan panas, rekasi kimia, dan fenomena lainnya dengan menyelesaikan persamaan-persamaan matematika (model matematika). Pada dasarnya, persamaan-persamaan pada fluida dibangun dan dianalisis berdasarkan persamaan-persamaan diferensial parsial (PDE = *partial Differential Equation*) yang mempresentasikan hukum-hukum konversi massa, momentum, dan energi.

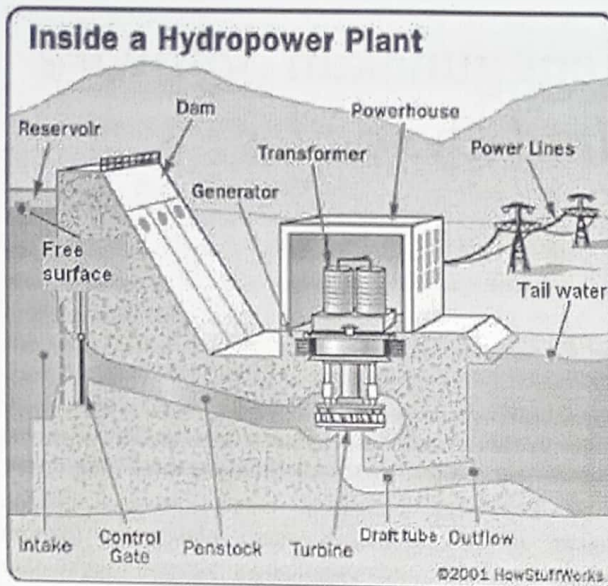
Sebuah perangkat lunak CFD akan memberikan simulasi aliran fluida, perpindahan panas, perpindahan massa, benda-benda bergerak, aliran multi fasa, reaksi kimia, interaksi fluida dengan struktur, dan sistem akuisisi hanya dengan pemodelan di komputer. Dengan menggunakan *software* ini kita dapat membuat virtual prototype dari sebuah sistem atau alat yang akan kita analisis dengan menerapkan kondisi nyata dilapangan. *Software* CFD akan memberikan data-data, gambar-gambar, atau kurva-kurva yang menunjukkan prediksi dari performansi keandalan sistem yang kita disain tersebut.

II. DASAR TEORI

A. Tenaga Air

Salah satu sumber energi yang murah dan mudah didapat adalah air, karena pada air tersimpan energi potensial (pada air jatuh) dan energi kinetik (pada air mengalir). Tenaga air (*Hydropower*) adalah energi yang diperoleh dari air yang mengalir. Energi yang dimiliki air dapat dimanfaatkan dan digunakan dalam wujud energi mekanis maupun energi listrik.

Pembangkit Listrik Tenaga Air atau juga disebut *Hydropower* mengkonversi energi potensial yang terdapat pada air di dalam bendungan menjadi energi kinetik melalui turbin. Turbin dikopel ke generator secara mekanik melalui *rotating shaft*. Turbin mulai berputar oleh gerakan air dan merubah energi kinetik menjadi energi mekanik. Generator berputar merubah energi mekanik menjadi energi listrik.



Gambar 1. Hydropower plant

Besarnya tenaga air yang tersedia dari suatu sumber air bergantung pada besarnya *head* dan debit air. Dalam hubungan dengan reservoir air maka *head* adalah beda ketinggian antara muka air pada reservoir dengan muka air keluar dari kincir air/turbin air. Besarnya daya listrik yang dihasilkan tergantung dari air yang mengalir melalui *waterways* dan *head* (tinggi dari *free surface* bendungan/*head water* ke *tail water*).

B. Penstock

Penstock adalah saluran dimana air dari reservoir bergerak untuk menuju turbin air. Aliran fluida pada penstock mempengaruhi unjuk kerja sebuah turbin air. Pemilihan dimensi merupakan salah satu cara mengoptimalkan dimensi *penstock*. Penstock merupakan saluran tertutup yang mengalirkan air bertekanan dari *forebay* langsung menuju turbin. Penstock harus bisa menahan gelombang tekanan air, sehingga pada waktu penutupan aliran secara tiba-tiba tidak menyebabkan penstock rusak. Oleh karena itulah dibutuhkan perencanaan yang matang untuk meminimumkan biaya pembelian dan perawatan.

Air sebagai media kerja turbin dianggap sebagai fluida yang tak kompresibel, yaitu fluida yang secara virtual massa jenisnya tidak berubah dengan tekanan. Mengetahui kapasitas aliran air merupakan salah satu aspek penting dalam menganalisis penstock turbin. Pada umumnya sumber air, misalkan sungai, kapasitas alirannya berubah-ubah, tergantung besar kecilnya curah hujan yang mempengaruhinya serta beberapa faktor lain. Oleh karena itu data kapasitas aliran air per waktu perlu diketahui pada saat menganalisis *penstock* turbin air. Analisis *penstock* turbin air bertujuan untuk mendapatkan unjuk kerja optimum dalam pemanfaatan energi air pada suatu kondisi operasi tertentu.

C. Fluent

Fluent merupakan salah satu *software* CFD (Computational Fluid Dynamic) yang banyak digunakan saat ini. CFD adalah ilmu untuk memprediksi aliran

fluida, perpindahan kalor dan massa, reaksi kimia, dan fenomena yang lain dengan menyelesaikan persamaan-persamaan matematis yang terkait secara numeric.

Hasil analisis CFD dapat digunakan untuk :

- Studi konsep desain baru
- Pengembangan detail produk
- *Troubleshooting*
- Redesain

Penggunaan CFD dapat mengurangi total usaha yang dibutuhkan untuk eksperimen dan data akuisisi. Fluent merupakan salah satu *software* CFD yang menggunakan metode volume hingga (*finite volume method*). Prinsip dasar metode volume hingga adalah sebagai berikut:

- Domain perhitungan didiskritisasi menjadi kumpulan kontrol volume atau sel dengan jumlah tertentu
- Persamaan-persamaan diferensial parsial, seperti persamaan kekekalan massa, kekekalan energi, dan kekekalan momentum didiskritisasi menjadi kumpulan persamaan aljabar yang dapat diselesaikan secara numerik untuk mendapatkan solusi dari semua parameter yang ada.

Langkah-langkah analisis CFD adalah sebagai berikut

1. Identifikasi masalah dan *pre-processing*
 - Mendefinisikan tujuan pemodelan
 - Mengidentifikasi domain yang akan dimodelkan
 - Mendesain dan membuat grid/mesh pada model
2. Eksekusi *solver*
 - Melakukan set-up model numerik
 - Melakukan proses perhitungan dan memonitor hasil perhitungan
3. *Post-processing*
 - Memeriksa hasil simulasi
 - Mempertimbangkan revisi model dan proses simulasi.

III. METODOLOGI PENELITIAN

A. Pemodelan Penstock

Aliran fluida pada penstock mempengaruhi unjuk kerja sebuah turbin air. Pemilihan dimensi merupakan salah satu cara mengoptimalkan dimensi *penstock*. Pemodelan dan *meshing* (diskritisasi) saluran *penstock* dilakukan dengan *software* GAMBIT 2.2.30 (*Geometri And Mesh Building Intelligent Toolkit*).

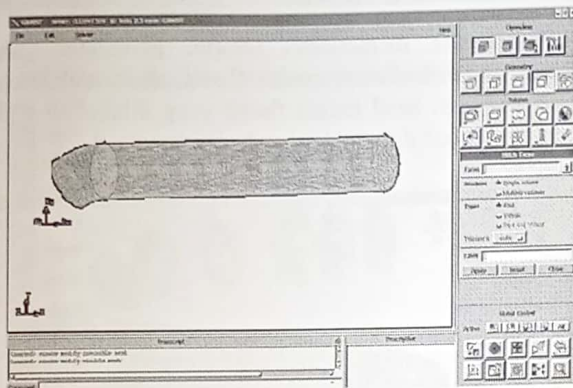
B. Metode Perhitungan dan Analisis

Analisa dan simulasi dilakukan dengan menggunakan *software* analisis komputasi fluida dinamik (*Computational Fluid Dynamics/CFD*) Fluent 6.2.16. Setelah pemodelan dan *meshing* saluran *penstock* selesai, kita masukan parameter-parameter yang diperlukan dalam masukan Fluent. Perhitungan dilakukan terhadap tekanan statik dan dinamik, kecepatan fluida, energi kinetik turbulen dan pola aliran fluida yang terjadi di dalam saluran *penstock*.

C. PELAKSANAAN KEGIATAN

Perencanaan Penstock

Hal yang perlu diperhatikan dalam pemilihan *penstock* adalah diameter dimana semakin kecil diameter maka kecepatan air dalam *penstock* akan semakin naik untuk debit yang sama, rugi-rugi pada *penstock* disebabkan debit air dan tinggi jatuh yang relatif. Pertama-tama kita memodelkan dan melakukan meshing saluran *penstock* dengan bantuan *software* GAMBIT. Adapun model saluran *penstock* dapat dilihat pada gambar 2.

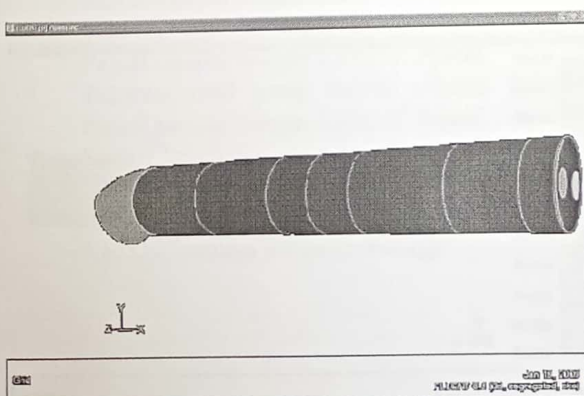


Gambar 2. Pemodelan penstock pada Gambit

Masih dalam program gambit, kita mendefinisikan kondisi batas dan kontinum. Kondisi batas harus diisi untuk parameter-parameter yang menentukan hasil simulasi. Kondisi batas ini kita menentukan bidang *inlet*, *outlet*, interior dan dinding. Sedangkan kontinum model 3D, kita mendefinisikan volume model kontinum fluida (*fluid*).

Memilih Solver, Mengimpor dan Memeriksa Mesh

Pada saat membuka fluent kita menggunakan *solver* 3D untuk model saluran *penstock* yang telah kita buat. Selanjutnya kita mengimpor file *mesh* model kedalam fluent. *Mesh model* yang telah dibuka pada fluent harus dicek terlebih dahulu apakah pada *mesh* tersebut terdapat kesalahan atau tidak. Apabila terdapat pesan *error* pada konsol fluent atau jika nilai minimum volume adalah negatif, maka *mesh model* tersebut harus diperbaiki terlebih dahulu. Model saluran *penstock* pada program fluent dapat dilihat pada gambar 3.



Gambar 3. Model *penstock* pada program fluent

Formulasi Solver, Model dan Persamaan Dasar

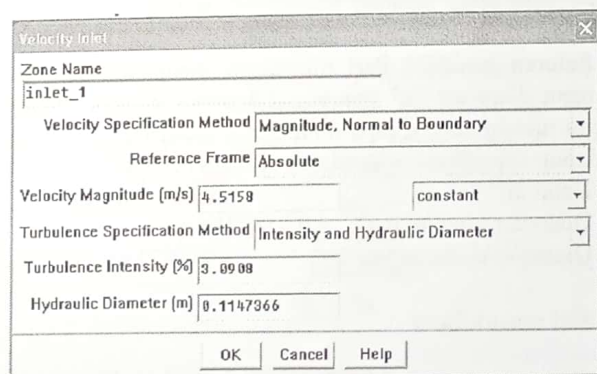
Untuk model saluran *penstock* kita menggunakan formulasi *solver segregated*. *Solver* ini menyelesaikan persamaan-persamaan secara bertahap (terpisah antara satu persamaan dengan persamaan lain). Selanjutnya kita menentukan model dan persamaan dasar. Untuk menganalisa kasus ini kita menggunakan model viskos k-epsilon ($2 \text{ eqn}/2$) persamaan. Model ini merupakan model semi empiris yang dikembangkan oleh Launder & Spalding. Model k-epsilon merupakan model turbulensi yang cukup lengkap dengan dua persamaan yang memungkinkan kecepatan turbulen dan skala panjang ditentukan secara independen.

Kondisi Operasi dan Sifat Material

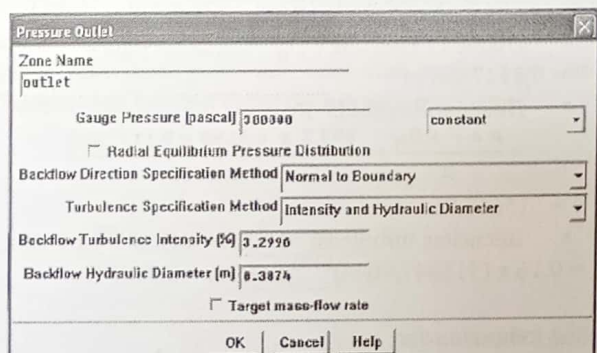
Setelah model viskos, kita harus menentukan kondisi operasi pada model. Yang harus ditentukan pada kondisi operasi ini adalah tekanan operasi, besar dan arah percepatan gravitasi. Selanjutnya sifat material harus kita definisikan. Fluida yang mengalir dalam saluran *penstock* adalah *water liquid* (H_2O).

Kondisi Batas, Parameter Kontrol Solusi dan Inisialisasi Medan Aliran

Penentuan kondisi batas melibatkan beberapa hal, yaitu mengidentifikasi lokasi kondisi batas sisi masuk, sisi keluar, dinding dan lainnya. Selain itu juga kita memasukan informasi /data pada batas yang telah ditentukan. Pada sisi *inlet* kita menggunakan kondisi batas *velocity inlet* sedangkan pada sisi *outlet* kita menggunakan kondisi batas *pressure outlet*. Masukan efluent pada sisi input dan sisi output dapat dilihat pada gambar 4 dan 5.



Gambar 4. Masukan fluent pada sisi *inlet*



Gambar 5. Inputan fluent pada sisi *outlet*

Pada kontrol solusi terdapat dua parameter yang harus ditentukan yaitu faktor *under-relaxation* dan diskritisasi atau metode interpolasi. Faktor *under-relaxation* merupakan faktor untuk menstabilkan proses iterasi pada solver segregated. Kita menggunakan nilai yang ada (*default*) untuk faktor *under-relaxation*. Sedangkan metode interpolasi yang kita gunakan adalah *second-order upwind scheme*. Dengan *second order* ini persamaan yang digunakan akan lebih teliti sampai orde ke 2.

Proses iterasi memerlukan inisialisasi (tebakan awal) sebelum memulai perhitungan. Pada panel inisialisasi kita memulai perhitungan dari sisi *inlet* dan *reference frame* absolut. Selanjutnya masukan fluent pada saluran *penstock* dapat dilihat pada tabel 1.

TABEL 1. MASUKAN FLUENT 6.2.16 PADA SALURAN PENSTOCK

Item	Besaran
Solver	3 Dimensi, segregated
Model viskositas	k-epsilon (2 eqn)
Material	Water liquid (H ₂ O)
Density	998.2 kg/m ³
Viskositas	0.001003 kg/m-s
Tekanan operasi	101325 Pa
Gravitasi	9.81 m/s ² arah Y negatif
Kondisi boundari sisi inlet	Velocity Inlet
Velocity Magnitude	4,5158 m/s
Intensitas turbulen inlet	3,0908 %
Diamater Hidrolik inlet	0,1147366 m
Kondisi boundari sisi outlet	Pressure Outlet
Gauge Pressure	300000 Pa
Intensitas turbulen outlet	3,2996 %
Diamater Hidrolik outlet	0,3874 m
Faktor discretisasi	Orde kedua

IV. HASIL DAN PEMBAHASAN

Perhitungan Computational Fluid Dynamic Fluent

Saluran *penstock* dari rancangan menggunakan pipa dengan diameter 16" panjang 2,5 meter dengan lubang *input* menggunakan pipa diameter 4" sebanyak 2 lubang. Adapun spesifikasi *inlet* adalah sebagai berikut:

- Debit air = 0,0934 m³/dtk
- Diameter pipa inlet 4" = 0,1147366 m
- Diameter outlet elbow 16" = 0,3874 m

• Sisi masuk/inlet

- $V = \frac{Q}{A} = \frac{0,0467}{\frac{1}{4} \times \pi \times (0,115)^2} = 4,5158 \text{ m/dtk}$
- Diameter Hidrolik = $D_H = \text{Diameter pipa } 4'' = 0,1147366 \text{ m}$
- Bilangan Reynolds = $Re = \frac{\rho \times V \times D_H}{\mu} = \frac{998,2 \times 4,5158 \times 0,1147366}{0,001003} = 515647,96$
- Intensitas turbulensi = $I = 0,16 \times (Re)^{(-1/8)} \times 100\% = 0,16 \times (515647,9648)^{(-1/8)} \times 100\% = 3,0908\%$

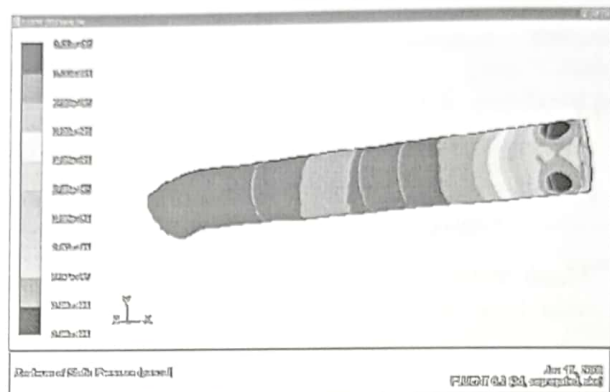
• Sisi keluar/outlet

- Tekanan pada sisi outlet = 3 Bar = 300000 Pa

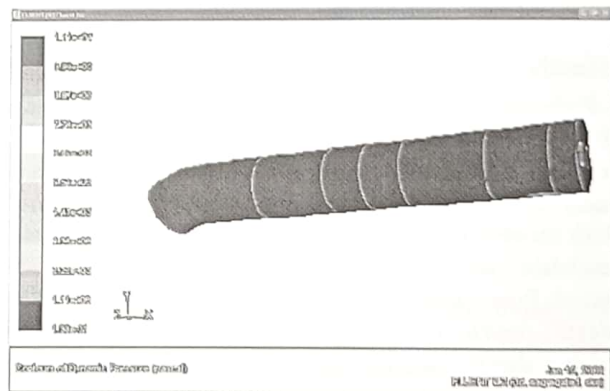
- Diameter Hidrolik = $D_H = \text{Diameter elbow } 16'' = 0,3874 \text{ m}$
- $V = \frac{Q}{A} = \frac{0,0934}{\frac{1}{4} \times \pi \times (0,3874)^2} = 0,7928 \text{ m/dtk}$
- Bilangan Reynolds = $Re = \frac{\rho \times V \times D_H}{\mu} = \frac{998,2 \times 0,7928 \times 0,3874}{0,001003} = 305660,902$
- Intensitas turbulensi = $I = 0,16 \times (Re)^{(-1/8)} \times 100\% = 0,16 \times (305660,902)^{(-1/8)} \times 100\% = 3,2996\%$

Hasil Analisis CFD Fluent

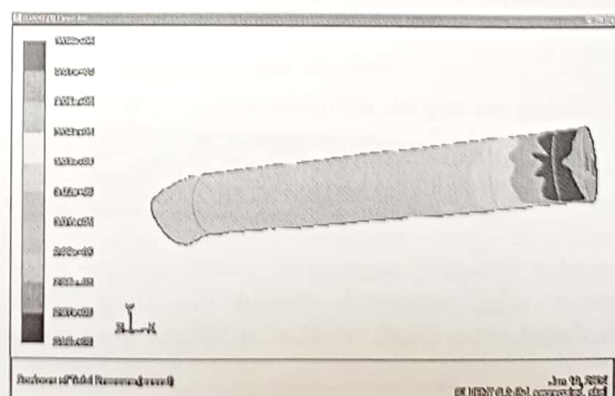
Setelah kita memasukan seluruh parameter yang dibutuhkan oleh fluent, maka fluent akan melakukan iterasi. Adapun hasil iterasi fluent yang dilakukan pada saluran *penstock* ditunjukkan pada gambar 6 s.d. 11



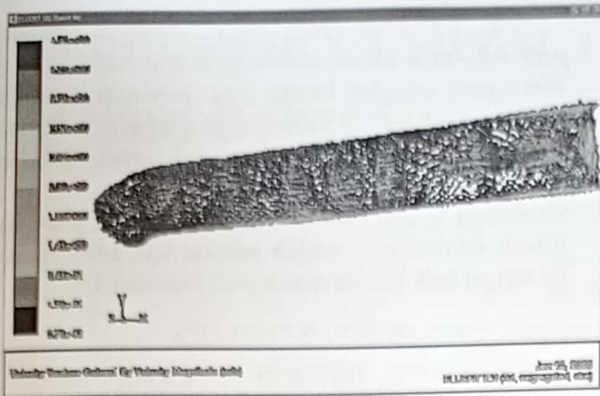
Gambar 6. Kontur tekanan statik pada dinding



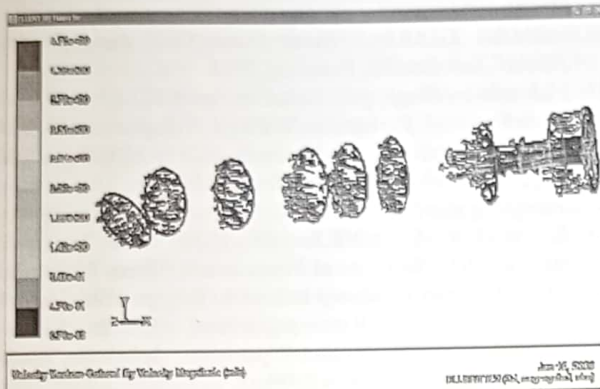
Gambar 7. Kontur tekanan dinamik pada dinding



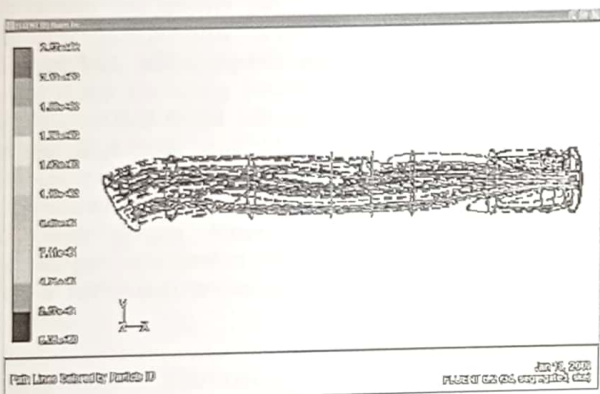
Gambar 8. Kontur energi kinetik turbulen pada dinding



Gambar 9. Kontur vektor kecepatan pada dinding



Gambar 10. Kontur vektor kecepatan pada bagian dalam



Gambar 11. Kontur pola aliran air yang terjadi pada saluran penstock

Dari hasil perhitungan yang dilakukan dengan software fluent, didapat hasil sebagai berikut :

- Tekanan statik yang terjadi sebesar $2,96 \times 10^5$ Pascal sampai dengan $3,00 \times 10^5$ Pascal.
- Tekanan dinamik yang terjadi sebesar $1,38 \times 10^1$ Pascal sampai dengan $1,11 \times 10^4$ Pascal.
- Tekanan total yang terjadi sebesar $2,96 \times 10^5$ Pascal sampai dengan $3,08 \times 10^5$ Pascal.
- Vektor kecepatan yang terjadi sebesar $3,78 \times 10^{-3}$ m/s sampai dengan 4,73 m/s.
- Energi turbulen kinetik yang terjadi sebesar $3,63 \times 10^{-3}$ sampai dengan $1,74 \text{ m}^2/\text{s}^2$

Selanjutnya nilai rata-rata dari hasil perhitungan fluent dibuat dalam tabel 2.

TABEL 2. HASIL PERHITUNGAN FLUENT

REF.	Tekanan			EK Turbulen (J)	v (m/s)
	statik (Pa)	dinamik (Pa)	total (Pa)		
Inlet 1	297186.47	9435.42	306589.88	0.03408	4.5158
Inlet 2	297115.87	9436.96	306519.43	0.03375	4.5158
X-3	296973.48	2258.51	299231.99	0.13215	1.6637
X-2,85	296257.84	2142.31	298400.15	0.60513	1.6033
X-2,5	299122.56	707.94	299830.5	0.71895	0.9197
X-2	299842.11	336.59	300178.71	0.2042	0.7873
X-1,75	299782.2	392.04	300174.25	0.2425	0.8503
X-1,5	299659.31	436.57	300095.88	0.27337	0.8369
X-1	299947.15	335.03	300282.18	0.17648	0.7938
Interior	300010.04	324.79	300334.83	0.14981	0.7879
Outlet	300000	320.2	300318.64	0.1918	0.7528
Dinding Pipa	299245.24	254.10	299499.68	0.07273	0.0056
Dinding Elbow	300055.96	209.34	300265.04	0.03452	0

Catatan :

Domain model berada pada $X=0,1057014$ sampai $X=3,009157$.

X-adalah potongan penampang model dengan jarak tertentu dari sumbu X, misalnya X-3 adalah potongan penampang pada sumbu X dengan jarak 3 satuan dari titik nol.

Analisis Pressure Drop Pada Saluran Penstock

Dari hasil iterasi yang dilakukan fluent seperti pada tabel diatas, didapat bahwa :

Pressure total sisi inlet (p_1) : 306554,655 Pa

Pressure total sisi outlet (p_2) : 300318,64 Pa

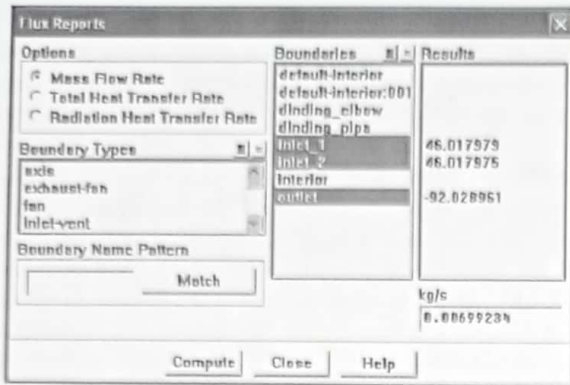
Sehingga didapat penurunan tekanan pada pipa inlet adalah :

$$\begin{aligned} ? p_{\text{total}} &= p_1 - p_2 \\ &= 306554,655 \text{ Pa} - 300318,64 \text{ Pa} \\ &= 6236,015 \text{ Pascal} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Pressure Drop (\%)} &= \frac{\Delta p_{\text{Total}}}{p_1} \times 100\% \\ &= \frac{6236,015}{306554,655} \times 100\% \\ &= 2,03 \% \end{aligned}$$

Analisis Mass Flow Rate Penstock

Untuk mengecek hasil perhitungan yang telah dilakukan oleh fluent, kita dapat melakukan perhitungan mass flow rate pada sisi inlet dan outlet pipa inlet. Perhitungan tersebut dapat dilihat pada gambar 12.



Gambar 12. Hasil perhitungan mass flow rate

Pengecekan mass flow rate :

$$\frac{\text{Selisih}}{\text{Inlet}} \times 100\% = \frac{0,00699234}{92,035954} \times 100\% = 7,597 \cdot 10^{-3} \%$$

Dari perhitungan diatas didapat bahwa persentase selisih mass flow rate dibanding pada sisi inlet adalah sebesar 0,002433 %, hal ini sangat baik karena masih jauh dibawah 1 %.

V. KESIMPULAN

1. Hasil analisis komputasi fluida dinamik (*Computational Fluid Dynamics/CFD*) Fluent 6.2.16. terhadap bentuk saluran *penstock* didapat bahwa *pressure* total sisi inlet (p_1) = 306554,655 Pascal, *pressure* total sisi outlet (p_2) = 300318,64 Pascal. Sehingga didapat *pressure drop* sebesar 6236,015 Pascal atau 2,03 %.
2. Dengan adanya dua buah lubang saluran masuk 4" menuju pipa besar 16", hal ini membuat pola aliran turbulen/berbalik di dekat sisi masuk saluran inlet.

Namun demikian pada sisi keluaran saluran *penstock*, pola aliran sudah baik atau tidak terjadi aliran yang turbulen karena pipa *penstock* memiliki panjang yang cukup yaitu 2,5 meter. Hal ini dapat kita lihat pada kontur pola aliran yang terjadi di dalam saluran *penstock*.

3. Persentase selisih mass flow rate dibanding pada sisi masuk saluran inlet adalah sebesar 0,002433 %, hal ini sangat baik karena masih jauh dibawah 1%.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] C.C. WARNICK, HOWARD A. MAYO, JAMES L. CARSON DAN LEE H. SHELDON, "Hydropower Engineering", Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, New Jersey, 1984.
- [2] FIRMAN TUAKIA, "Dasar-Dasar CFD Menggunakan Fluent", Informatika, Bandung, 2008.
- [3] Mekanikal - Blog : *penstock, Simulasi CFD Aliran Fluida Pada Penstock Turbin Air Di PLTA X Kapasitas 17 MW*, Diakses tanggal 20 Januari 2008 dari http://www.ccitonline.com/mekanikal/tiki_view_blog.php?blogId=279
- [4] S. WARSITO, ABDUL SYUKUR, AGUS ADHI NUGROHO, "Studi Awal Perencanaan Sistem Mekanikal dan kelistrikan Pembangkit Listrik Tenaga Mini Hidro", Seminar Teknik Ketenagalistrikan, Teknik Elektro Fakultas Teknik Universitas Diponegoro, Semarang, 2005. Diakses tanggal 27 Maret 2009 http://budisantoso2008.files.wordpress.com/2008/12/pembangkit_listrik_hidro.pdf
- [5] VICTOR L. STREETER, E. BENYAMIN WYLIE, "Mekanika Fluida", Edisi Delapan, Jilid 1, Erlangga, Jakarta, 1986.
- [6] VICTOR L. STREETER, E. BENYAMIN WYLIE "Mekanika Fluida", Edisi Delapan, Jilid 2, Erlangga, Jakarta, 1986.