

TINGKAT ENERGI TERENDAH INTI BULAT GANJIL-GANJIL DENGAN MODEL GAYA INTI DELTA

Toga Siagian, Fatchatul B., R.S. Lasijo.
Pusat Penelitian Teknik Nuklir - Badan Tenaga Atom Nasional

ABSTRAK

TINGKAT ENERGI TERENDAH INTI BULAT GANJIL-GANJIL DENGAN MODEL GAYA INTI DELTA. Telah dilakukan perhitungan tingkat energi terendah dari inti bulat ganjil-ganjil menggunakan model gaya inti delta serta membandingkannya dengan perhitungan secara teoritis. Analisis dilakukan terhadap inti ^{92}Nb dengan $J^\pi = 7^+$ dan ^{94}Tc dengan $J^\pi = 7^+$. Hasil yang diperoleh menunjukkan spin (J) dan paritas (π) tingkat dasar yang sama antara eksperimen dengan perhitungan teoritis.

ABSTRACT

THE LOWEST ENERGY LEVELS OF ODD-ODD NUCLEI WITH DELTA FORCE MODEL. It has been calculated the lowest energy levels of odd-odd nuclei with delta force model. Theoretical calculation is compared to experimental data. The analysis have been done for ^{92}Nb and ^{94}Tc nuclei with $J^\pi = 7^+$. The result shows good agreement for the ground state spin (J) and parity (π).

PENDAHULUAN

Dalam proses pembentukan dan penggunaan energi nuklir, sifat-sifat inti atom dari bahan yang dipergunakan memiliki peranan yang sangat besar. Reaksi yang terjadi adalah reaksi inti, yang dalam hal ini akan terjadi transformasi maupun deeksitasi inti. Sehingga perlu diketahui dengan jelas sifat maupun struktur dari intinya.

Peranan gaya inti sangat besar terutama dalam pembentukan struktur inti. Hal ini dapat dipelajari melalui sifat-sifat dari tingkat-tingkat energi terendahnya. Karena gaya-gaya inti sangat kompleks maka dalam pembahasan ini diambil suatu model sederhana berbentuk delta. Dari inti bulat tertentu diharapkan mampu memberikan gambaran yang cukup baik.

Makalah ini menyajikan secara teoritik penggunaan model gaya inti delta untuk menentukan tingkat energi terendah dari inti bulat ganjil-ganjil. Metode analisis dilakukan dengan menggunakan model inti bulat, yaitu model lapis dengan anggapan bahwa sifat partikel bebas sangat berperan dalam penentuan sifat seluruh sistem. Perhitungan energi tingkat dasar dari inti-inti ^{92}Nb dan ^{94}Tc dilakukan menggunakan komputer IBM PC dengan program Lotus 123. Kemudian dilakukan perbandingan antara hasil perhitungan teoritis dengan data eksperimental yang diperoleh.

TEORI

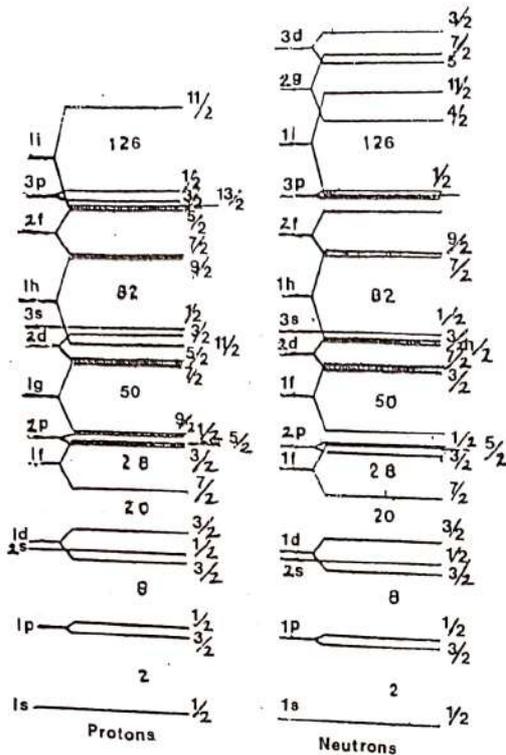
Inti dibentuk oleh proton-proton dan neutron-neutron yang berkumpul menjadi satu

kesatuan yang disebut nukleon. Penggunaan model inti bulat yang mencakup model kulit memberikan gambaran pengisian kulit-kulit oleh proton atau neutron di dalam inti dan menghasilkan bilangan mujizat (magic numbers) yaitu 2, 8, 20, 28, 50, 82 dan 126 untuk kulit-kulit yang terisi penuh. Pada umumnya inti-inti yang memiliki jumlah proton atau neutron yang sama dengan bilangan mujizat adalah stabil [1]. Dari model kulit dapat ditentukan spin (J) dan paritas (π) tingkat dasar dari inti-inti bulat. Dapat dihasilkan pula susunan tingkat-tingkat energi untuk proton dan neutron seperti yang dikumpulkan oleh Klinkenberg secara empirik (gambar 1) [2].

Kulit terluar dari inti bulat ganjil-ganjil memiliki proton maupun neutron ganjil. Jika masing-masing memiliki momentum sudut total, maka pada umumnya penjumlahan keduanya menghasilkan lebih dari satu harga momentum sudut (J). Untuk menentukan momentum sudut mana yang merupakan tingkat energi terendah digunakan suatu kaidah dengan anggapan bahwa proton maupun neutron ganjil merupakan partikel bebas yang saling berintegrasi (sistem dua partikel).

Pada sistem dua partikel untuk inti bulat ganjil-ganjil, ternyata potensial rata-rata (potensial sentral) merupakan suatu aproksimasi yang masih terlalu kasar sehingga kurang realistis.

Koreksi dilakukan dengan menambahkan potensial yang merupakan interaksi residu efektif antar nukleon yang diperlakukan sebagai



Gambar 1. Susunan tingkat energi untuk proton dan neutron

gangguan (perturbasi) terhadap potensial rata-rata. Dengan menyederhanakan persoalan yaitu yang menyangkut dengan persoalan sistem dua partikel, persamaan Schrödinger dari sistem dapat ditulis:

$$(H_0 + H_1) \psi = E \psi \quad (1)$$

H_0 = Hamiltonian dengan potensial rata-rata;
 H_1 = interaksi residu sebagai koreksi terhadap H_0 ; ψ = fungsi gelombang sistem; E = energi total sistem. Dengan mengambil H_1 berbentuk interaksi dua partikel, maka:

$$H_1 = V_{12} \quad (2)$$

V_{12} adalah potensial interaksi residu dua partikel. Dan Hamiltonian H_0 memenuhi persamaan Schrödinger:

$$H_0 \psi_0 = E_0 \psi_0 \quad (3a)$$

dengan :

$$E_0 = E_{n1} \psi_1 + E_{n2} \psi_2 \quad (3b)$$

$E_{n1} \psi_1$ = energi partikel satu (proton) dan
 $E_{n2} \psi_2$ = energi partikel dua (neutron). Dengan demikian kaidah untuk tingkat dasar dari inti bulat ganjil-ganjil digunakan interaksi residu sederhana yang berbentuk delta:

$$V_{12} = [a + b \vec{\delta}_1 \cdot \vec{\delta}_2] \delta(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) \quad (4)$$

dengan indeks 1 dan 2 menyatakan proton ganjil dan neutron ganjil; a dan b merupakan konstanta gaya; $\delta_{1,2}$ adalah operator spin dan $r_{1,2}$ vektor radius masing-masing partikel 1 dan 2. Adanya interaksi residu antara proton dan neutron yang ganjil ini akan menyebabkan perubahan energi terhadap E_0 sebesar :

$$E(j_1 j_2 J) = \langle j_1 j_2 JM / V_{12} / j_1 j_2 JM \rangle \quad (5a)$$

dengan

$$|j_1 j_2 JM \rangle = \sum \langle j_1 m_1 j_2 m_2 / j_1 j_2 JM / j_1 m_1 j_2 m_2 \rangle \quad (5b)$$

Disini $|j_1 m_1 j_2 m_2 \rangle$ adalah vektor pribadi ψ_0 dari H_0 pada persamaan (3a) sedangkan $\langle j_1 m_1 j_2 m_2 / j_1 j_2 JM \rangle$ merupakan koefisien Clebsch-Gordan yaitu koefisien ekspansi dari vektor $|j_1 j_2 JM \rangle$ dalam set lengkap $|j_1 m_1 j_2 m_2 \rangle$. Perubahan energi disebabkan karena adanya gaya tukar Wigner dan adanya gaya tukar Bartlett, sehingga energi tingkat dasarnya dapat dinyatakan sebagai :

$$\begin{aligned} E_w &= E_0(j_1 j_2 J) \\ &= \frac{1}{2} \frac{j_1^2 j_2^2}{j_1 j_2} \frac{1}{J^2} (j_1 \frac{1}{2} j_2 \frac{1}{2} / j_1 j_2 J 0)^2 \\ &\left[1 + \frac{\left\{ j_1^2 + (-1)^{j_1+j_2+J} \frac{j_1^2 j_2^2}{2} \right\}^2}{4J(J+1)} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_{\sigma \pm} &= E_1(j_1 j_2 J) \\ &= \frac{1}{2} \frac{j_1^2 j_2^2}{j_1 j_2} \frac{1}{J^2} (j_1 \frac{1}{2} j_2 \frac{1}{2} / j_1 j_2 J 0)^2 \\ &\times \left[\frac{j_1^2 + (-1)^{j_1+j_2+J} \frac{j_1^2 j_2^2}{2}}{4J(J+1)} - (1 + 2(-1)^{j_1+j_2+J}) \right] \end{aligned}$$

dengan $\hat{j}_1 \hat{j}_2 J = \sqrt{2J+1}; (j_1 \frac{1}{2} j_2 \frac{1}{2} / j_1 j_2 J 0)$ adalah koefisien Clebsch-Gordan yang harga kuadratnya ditunjukkan pada tabel 1 [3]; 1_1 dan 1_2 masing-masing momentum sudut orbital proton maupun neutron ganjil. E_w adalah energi akibat gaya tukar Wigner dan $E_{\sigma \pm}$ merupakan energi akibat gaya tukar Bartlett.

Dari persamaan energi E_w dan $E_{\sigma \pm}$ dapat ditulis potensial yang berbentuk :

$$V_{12} = - [(1 - \alpha) + \alpha \sigma_1 \cdot \sigma_2] \delta(r_1 - r_2) \quad (6)$$

Tabel 1. Koefisien Clebsch-Gordan dalam harga $(j_1 \ 1/2 \ j_2 \ 1/2 / j_1 \ j_2 \ JO)^2$

	$j_1 \ 1/2$	$1/2$	$3/2$	$5/2$	$7/2$	$9/2$		$j_1 \ j_2$	$1/2$	$3/2$	$5/2$	$7/2$	$9/2$
$J=0$	1/2	1/2	0	0	0	0	$J=5$	1/2	0	0	0	0	1/2
	3/2	0	*1/4	0	0	0		3/2	0	0	0	5/12	1/6
	5/2	0	0	1/6	0	0		5/2	0	0	25/63	5/42	*4/39
	7/2	0	0	0	*1/8	0		7/2	0	5/12	5/42	*75/728	*3/26
	9/2	0	0	0	0	1/10		9/2	1/2	1/6	*4/39	*3/26	3/65
$J=1$	1/2	1/2	1/2	0	0	0	$J=6$	1/2	0	0	0	0	0
	3/2	1/2	*1/20	3/10	0	0		3/2	0	0	0	0	9/22
	5/2	0	*3/10	1/70	3/14	0		5/2	0	0	0	25/66	7/66
	7/2	0	0	3/14	*1/168	*1/6		7/2	0	0	25/66	-25/264	*7/66
	9/2	0	0	0	*1/6	1/330		9/2	0	9/22	7/66	*7/66	*16/135
$J=2$	1/2	0	1/2	1/2	0	0	$J=7$	1/2	0	0	0	0	0
	3/2	1/2	1/4	*1/14	*9/28	0		3/2	0	0	0	0	0
	5/2	1/2	*1/14	*4/21	1/42	5/21		5/2	0	0	0	0	105/286
	7/2	0	*9/28	1/42	25/168	*5/462		7/2	0	0	0	1225/3432	35/429
	9/2	0	0	5/21	*5/462	*4/33		9/2	0	0	105/286	35/429	*781/7293
$J=3$	1/2	0	0	1/2	1/2	0	$J=8$	1/2	0	0	0	0	0
	3/2	0	9/20	1/5	*1/12	*1/3		3/2	0	0	0	0	0
	5/2	1/2	1/5	*4/45	*1/6	1/33		5/2	0	0	0	0	0
	7/2	1/2	*1/12	*1/6	3/88	3/22		7/2	0	0	0	0	49/143
	9/2	0	*1/3	1/33	3/22	12/385		9/2	0	0	0	0	49/715
$J=4$	1/2	0	0	0	1/2	1/2	$J=9$	1/2	0	0	0	0	0
	3/2	0	0	3/7	5/28	*1/11		3/2	0	0	0	0	0
	5/2	0	3/7	1/7	*15/154	*12/77		5/2	0	0	0	0	0
	7/2	1/2	5/28	*15/154	*81/616	81/2002		7/2	0	0	0	0	0
	9/2	1/2	*1/11	*12/77	81/2002	81/385		9/2	0	0	0	0	3969/12155

Sehingga dapat dibuat grafik, yaitu garis-garis yang menghubungkan $\alpha = 0$ untuk energi yang E_w dan $\alpha = 1$ untuk energi yang bertanda $E_{\sigma\pm}$ dimana σ^+ untuk paritas genap dan σ^- untuk paritas ganjil. σ adalah konstanta gaya dari persamaan (4) mempunyai hubungan $a = 1 - \sigma$ dan $b = \alpha$.

Perhitungan energi E_w dan $E_{\sigma\pm}$ dilakukan dengan menggunakan komputer IBM PC dengan Lotus 123 untuk inti bulat ganjil-ganjil ^{92}Nb dan ^{94}Tc serta hasilnya dibandingkan dengan data eksperimental untuk inti yang sama.

PERHITUNGAN

Inti ^{92}Nb memiliki proton ganjil 41 buah dan neutron ganjil 51 buah yang konfigurasi dapat ditulis sebagai berikut :

Konfigurasi proton ganjil:
 $(1s_{1/2})^2 / (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 / (1d_{5/2})^6 (2s_{1/2})^2$
 $(1d_{3/2})^4 / (1f_{7/2})^8 (2p_{3/2})^4 (1f_{5/2})^6 (2p_{1/2})^2$
 $/ (1g_{9/2})^1$

Konfigurasi neutron ganjil :
 $(1s_{1/2})^2 / (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 / (1d_{5/2})^6 (2s_{1/2})^2$
 $(1d_{3/2})^4 / (1f_{7/2})^8 (2p_{3/2})^4 (1f_{5/2})^6 / (2p_{1/2})^2$
 $/ (1g_{9/2})^{10} (2d_{5/2})^1$

Dari konfigurasi di atas $j_1 = 9/2$ dan $j_2 = 5/2$ yang menghasilkan enam harga momentum sudut yang juga merupakan spin tingkat-tingkat dasarnya, yaitu 2, 3, 4, 5, 6, dan 7. Karena j_1 dan j_2

berparitas genap, maka paritas inti ^{92}Nb adalah genap (+).

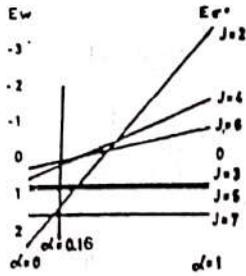
Kemudian dilakukan perhitungan energi E_w dan $E_{\sigma\pm}$ untuk setiap harga J dan hasil perhitungannya ditunjukkan dalam tabel 2.

Tabel 2. Harga E_w dan $E_{\sigma\pm}$ untuk $J = 2, 3, 4, 5, 6,$ dan 7 .

E_w	$E_{\sigma+}$	J	$2J + 1$	C-O Coef
2.40	-3.36	2	5	0.24
0.81	0.81	3	7	0.03
0.64	-1.49	4	9	0.16
0.85	0.85	5	11	0.10
0.28	-0.74	6	13	0.11
1.59	1.59	7	15	0.37
	j_1	j_2	j_1	j_2
	9/2	5/2	10	6
	l_1	l_2	$l_1 + l_2$	
	4	2	genap	

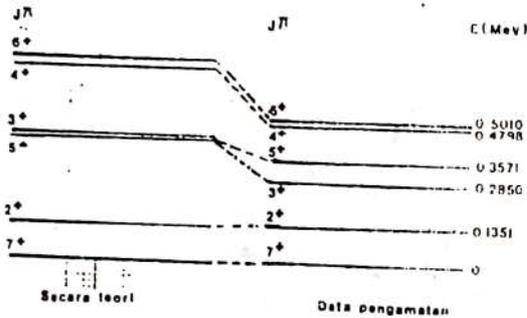
Dibuat grafik yang menghubungkan harga-harga E_w dan $E_{\sigma\pm}$ untuk setiap harga J seperti yang ditunjukkan pada gambar 2.

Dari gambar 2, dengan harga $\alpha = 0.16$ maka diperoleh urutan tingkat-tingkat energi adalah 7, 2, 5, 3, 4 dan 6. Jadi spin dan tingkat energi terendah dari inti bulat ganjil-ganjil ^{92}Nb adalah $J^\pi = 7^+$. Hasil perhitungan ini kemudian dibandingkan



Gambar 2. Tingkat-tingkat energi inti ^{92}Nb dengan model gaya inti delta.

dengan hasil pengamatan yang seperti ditunjukkan pada gambar 3.

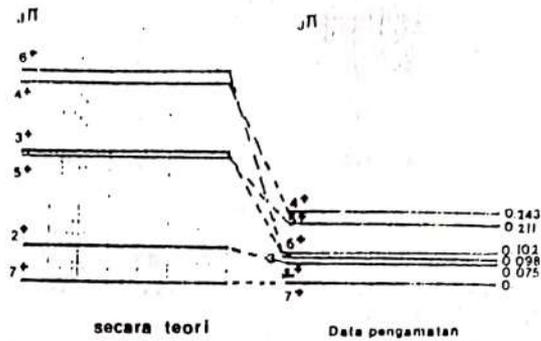


Gambar 3. Perbandingan tingkat energi inti ^{92}Nb secara teori dan dari data pengamatan [4].

Dari gambar 3, ditunjukkan bahwa urutan tingkat energi inti ^{92}Nb secara pengamatan adalah 7^+ , 2^+ , 3^+ , 5^+ , 4^+ dan 6^+ yang berarti bahwa tingkat energi terendahnya adalah 7^+ .

Dengan cara yang sama seperti pada inti ^{92}Nb , penentuan tingkat energi terendah dilakukan untuk inti $^{94}_{43}\text{Tc}$. Inti ini memiliki jumlah proton ganjil 43 buah dan neutron ganjil adalah 51 buah. Adapun konfigurasi terluarnya untuk proton ganjil adalah $(1g_{9/2})^3$ dan neutron ganjil $(2d_{5/2})^1$ yang menghasilkan $j_1 = 9/2$ dan $j_2 = 5/2$. Penjumlahan j_1 dan j_2 menghasilkan harga J yang mungkin adalah 2, 3, 4, 5, 6 dan 7. Perhitungan energi E_w dan $E_{\sigma\pm}$ menghasilkan urutan tingkat-tingkat energi, yaitu 7, 2, 5, 3, 4 dan 6 dengan paritas genap (+). Jadi spin dan tingkat energi terendah dari inti bulat ganjil-ganjil ^{94}Tc adalah $J\pi = 7^+$. Hasil perhitungan ini kemudian dibandingkan dengan hasil pe-

ngamatan seperti yang ditunjukkan pada gambar 4.



Gambar 4. Perbandingan tingkat-tingkat energi inti ^{94}Tc secara teori dan dari data pengamatan

Dari gambar 4 ditunjukkan bahwa tingkat energi terendah inti ^{94}Tc adalah $J\pi = 7^+$.

KESIMPULAN

Hasil analisis dan perhitungan teoritis menunjukkan bahwa :

1. Inti ^{92}Nb mempunyai spin dan paritas tingkat energi terendah yaitu $J\pi = 7^+$.
2. Inti ^{94}Tc mempunyai spin dan paritas tingkat energi terendah yaitu $J\pi = 7^+$.

Dari hasil pengamatan ditunjukkan bahwa tingkat energi terendah inti ^{92}Nb adalah $J\pi = 7^+$ dan inti ^{94}Tc adalah $J\pi = 7^+$.

Dengan membandingkan perhitungan teoritis dan hasil pengamatan ditunjukkan bahwa model gaya inti delta mampu memberi gambaran yang cukup baik dalam menentukan tingkat energi terendah dari inti bulat ganjil-ganjil tertentu.

DAFTAR PUSTAKA

1. Pal M.K., Nuclear shell model, Theory of Nuclear Structure, (1982).
2. Lasijo R.S., Fisika Inti, Ilmu Pengetahuan dan Teknologi Nuklir (1978).
3. A de Shalit, The Energi Levels of Odd-Odd Nuclei, Phys Rev, Vol 91 no.6. (1953)
4. Michael Lederer C. and Virginia S. Shirley, Table of Isotopes, Lawrence Berkeley Laboratory University of California Berkeley, seventh Edition, (1978).

DISKUSI

Budi Santoso :

1. Perbedaan yang besar antara teori dan eksperimen itu apakah karena model yang dipakai terlalu sederhana (δ - function) atau ada faktor lain yang perlu diperhitungkan.
2. Model dua partikel tentunya setelah di generalisasi ke banyak partikel perlu koreksi pula.

Toga Siagian:

1. Sebenarnya ada faktor lain yang perlu diperhatikan, tetapi dalam hal ini, kita membuktikan bagaimana model yang sederhana ini, yaitu model gaya inti delta dapat menentukan tingkat energi terendahnya saja walaupun ada perbedaan tapi masih dapat menentukan tingkat energi terendahnya.
2. Perlu koreksi yang lain, tetapi disini dengan model gaya inti delta, koreksi yang dilakukan seperti persamaan : $V_{12} = [a + b \sigma_1 \cdot \sigma_2] \delta (r_1 - r_2)$
jadi disini hanya pengaruh gaya tukar Wigner dan gaya tukar Bartlett.