

## PREDIKSI TEORITIS FREKUENSI DAN RASIO REDAMAN ROKET KENDALI RKX-300 LPN

Disusun oleh :

Endang Sumartinah\*

Wigati \*\*

### *Abstrak*

*Paper ini membahas prediksi teoritis frekuensi dan rasio redaman roket kendali RKX-300 LPN pada kecepatan subsonik 0,2 - 0,9 bilangan Mach dan kecepatan supersonik 1,5 - 3,5 bilangan Mach. Besarnya frekuensi dan rasio redaman roket dihitung dengan menggunakan metode analisis yang didasarkan teori tricyclik pada sistem koordinat aerobalistik dan diperoleh frekuensi 243,37 s/d 139,06, rasio redaman 0,0380 s/d 0,0901 untuk kecepatan subsonik, sedangkan pada kecepatan supersonik diperoleh besarnya frekuensi antara 429,25 s/d 3355,02, rasio redaman 0,0403 s/d 0,0990. Data ini dapat digunakan untuk menentukan kestabilan dinamik roket dan sistem kendalinya.*

### 1. PENDAHULUAN.

Frekuensi dan rasio redaman roket dapat diprediksi secara teoritis atau diperhitungkan melalui pengujian roket di terowongan angin. Dalam tulisan ini diprediksi secara teoritis karakteristik frekuensi dan rasio redaman roket kendali RKX-300 LPN pada kecepatan Subosnik 0,2 s/d 0,9 bilangan Mach dan Supersonik 1,5 s/d 3,5 bilangan Mach dengan variasi sudut serang yang ditentukan.

---

\* Peneliti Bidang Kendali Roket dan Satelit

\*\* Peneliti Bidang Litdastek

Turunan stabilitas aerodinamik, data geometri dan karakteristik aerodinamik roket merupakan data masukan digunakan untuk menentukan besarnya frekuensi dan redaman roket dengan menggunakan metode analisis yang didasarkan teori tricyclic pada sistem koordinat aerobalistik. Rasio redaman merupakan perbandingan antara redaman roket dengan frekuensi alami roket.

Data frekuensi dan redaman yang diperoleh ini dapat digunakan sebagai salah satu informasi untuk menentukan sistem kendali dan stabilitas dinamik roket RKX-300 LPN.

## 2. GEOMETRI ROKET RKX-300 LPN.

Geometri roket RKX-300 LPN secara umum dibagi menjadi 4 bagian yang penting yaitu sebagai berikut :

- a) Hidung (nose) merupakan bagian paling depan roket berbentuk parabolik dengan data geometri :  $L_N = 750$  mm dan  $\phi = 310$  mm.
- b) Badan utama roket berbentuk tabung silinders dengan panjang 3400 mm dan diameter 310 mm.
- c) Sayap roket berbentuk delta dengan  $C_r^w = 100$  mm,  $C_t^w = 400$  mm,  $b^w = 1510$  mm.
- d) Sirip roket berbentuk segilima terpasang dua buah sirip secara horizontal sejauh 1000 mm dari sayap roket .  $C_r^t = 200$  mm,  $C_t^t = 330$  mm.

## 3. METODE PERHITUNGAN.

Metode perhitungan yang digunakan adalah metode analisis yang didasarkan pada teori tricyclic pada sistem koordinat aerobalistik.

### 3.1. Analisis Teori Tricyclic pada Sistem Koordinat Aerodinamik.

Dalam perhitungan untuk memprediksi besarnya frekuensi dan redaman roket RKX-300 LPN dengan data input dari karakteristik aerodinamik, turunan aerodinamik dan data geometri roket. Formula yang digunakan merupakan penyelesaian persamaan momen dengan analisis teori tricyclic pada sistem koordinat aerobalistik.

Berdasarkan persamaan momen bergerak dalam simbol aerodinamik sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} I_{xx} - I_{yy} & -I_{xy} & I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} - I_{zz} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} p \\ q \\ r \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \dot{I}_{xx} & -\dot{I}_{xy} & \dot{I}_{xz} \\ -\dot{I}_{yx} & \dot{I}_{yy} & -\dot{I}_{yz} \\ -\dot{I}_{zx} & -\dot{I}_{zy} & \dot{I}_{zz} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{vmatrix} \dots \quad (1)$$

$$+ \begin{vmatrix} p \\ q \\ r \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} I_{xx} - I_{yy} & -I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} - I_{zz} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} p \\ q \\ r \end{vmatrix}$$

Teori tricyclik mengasumsikan bahwa product inersia dan kecepatan momen inersia sama dengan nol. Sedangkan sistem koordinat aerobalistik yaitu sistem sumbu koordinat dengan kecepatan sudut rolling tidak ada ( $p = 0$ ), maka dari persamaan (1) diperoleh.

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \dot{p} \\ \dot{q} \\ \dot{r} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} p \\ q \\ r \end{vmatrix} \dots \quad (2)$$

atau dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} I_{xx}p & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy}q & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz}r \end{vmatrix} \begin{vmatrix} o \\ q \\ r \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} I_{xx}p & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy}q & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz}r \end{vmatrix} \begin{vmatrix} o \\ q \\ r \end{vmatrix} \dots \quad (3)$$

atau dapat dituliskan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} I_{xx}p & 0 & i \\ 0 & I_{yy}q & j \\ I_{zz}r & 0 & k \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i \\ j \\ k \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} I_{xx}p & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy}q & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz}r \end{vmatrix} \begin{vmatrix} i \\ j \\ k \end{vmatrix} \dots \quad (4)$$

sehingga diperoleh :

$$\begin{aligned} L &= I_{xx}p + qr \cdot I_{zz} - qr \cdot I_{yy} \\ M &= I_{yy}q + rp \cdot I_{xx} \\ N &= I_{zz}r - qp \cdot I_{xx} \end{aligned} \dots \quad (5)$$

Karena kesimetrisan

$$I_{xx} = I_{yy} = I_{zz} \dots \quad (6)$$

$$I_{xx} = I_x$$

Dengan mensubsitusikan (6) dan (5) diperoleh persamaan momen yang dikenal sebagai persamaan aerobalistik

$$N = I_r - qp \cdot I_x \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

### 3.2. Penyelesaian persamaan aerobalistik :

Dengan menyamakan persamaan momen M dan N yang didefinisikan dalam bentuk aerodinamik, diperoleh :

$$I\ddot{q} + rp \, I_x - M_a \alpha - M_q q - M_u \dot{\alpha} = M_\delta \delta \cos pt - M_{p\beta} p \beta = 0 \dots \quad (10)$$

$$I_r - qp I_x - N_\beta \beta - N_r r - N_{\dot{\beta}} \dot{\beta} - M_\delta \delta \sin pt - N_{p\alpha} p\alpha = 0 \dots \quad (11)$$

Dengan mendefinisikan bentuk kompleks  $\xi = I\alpha + \beta$ , dijumlahkan persamaan (10) dengan (11) dikalikan  $i$ , serta roket berotasi simetris, akibatnya :  $M\alpha = -N\beta$

$M_q = N_r$ ,  $M_{\dot{\alpha}} = -N_{\dot{\beta}}$ ,  $M_{p\beta} - N_{p\alpha}$ , sehingga diperoleh persamaan :

$$\begin{aligned} & I(\dot{q} + i\dot{r}) - I_{xp}(iq - r) - M_\alpha(\alpha - i\beta) - Mq(q + ir) \\ & - M_\alpha(\dot{\alpha} - i\dot{\beta}) - M_s \delta(\cos pt + \sin pt) - M_{p\beta} p(i\dot{\alpha} + \dot{\beta}) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

atau :

$$I(-i\xi) - I_x p \xi - M_\alpha(-i\xi) - M_q(-i\xi) - M_\alpha(-i\xi) \\ - M_\delta \delta(\cos pt + i \sin pt) - M_{p\beta} p \xi = 0, \text{dikalikan } \frac{i}{J} \text{ diperoleh} \quad (13)$$

$$\ddot{\xi} - ip \frac{Ix}{I} \dot{\xi} - \frac{M_a}{I} \xi - \frac{M_q}{I} \dot{\xi} - \frac{M_a}{I} \dot{\xi} - \frac{im}{I} \delta(\cos pt + i \sin pt) - ip \frac{M_p \beta}{I} \xi = 0$$

$$\ddot{\xi} + \left( -ip \frac{I_x}{I} - \frac{M_q + M_a}{I} \right) \bar{\xi} + \left( -ip \frac{M_{\beta\beta}}{I} - \frac{M_a}{I} \right) \xi = \frac{iM_a}{I} \delta e^{ipt} \quad \dots \quad (14)$$

persamaan (14) merupakan persamaan diferensial orde dua derajat satu, dengan penyelesaian karakteristik sebagai berikut :

$$m_{1,2} = \left( \frac{M_q + M_{\dot{\alpha}}}{2I} \right) \left[ 1 \pm \frac{\frac{P^{lx}}{2I}}{\sqrt{\left( \frac{P^{lx}}{2I} \right)^2 - \frac{M_{\alpha}}{I}}} \right] \pm \frac{\left( \frac{P^{lx}}{2I} \right) \left( \frac{M_{\beta\beta}}{I_x} \right)}{\sqrt{\left( \frac{P^{lx}}{2I} \right)^2 - \frac{M_{\alpha}}{I}}} \\ + i \left( \frac{P^{lx}}{2I} \right) \left[ 1 \pm \sqrt{\frac{\left( \frac{P^{lx}}{2I} \right)^2 - \frac{M_{\alpha}}{I}}{\frac{P^{lx}}{2I}}} \right] = \lambda_{1,2} \pm iw_{1,2} \quad (16)$$

Dengan bagian real merupakan damping roket, sedangkan bagian imajiner merupakan frekuensi alami roket, karena untuk kecepatan roll sama dengan nol ( $p = 0$ ) maka diperoleh :

Besarnya frekuensi

$$\omega = \sqrt{\frac{-M_{\alpha}}{I}} = \sqrt{\frac{-(C_m + Cm_{\dot{\alpha}})\rho V^2 S d}{2I}} \quad (17)$$

dan damping :

$$\lambda = \frac{M_q + M_{\dot{\alpha}}}{2I} = \frac{(Cm_q + Cm_{\dot{\alpha}})\rho V^2 S d}{2I} \quad (18)$$

$$\text{rasio damping : } \xi = \frac{\lambda}{\omega} \quad (19)$$

#### 4. FREKUENSI DAN RASIO REDAMAN

Dengan metode analisis berdasarkan teori tricyclik digunakan untuk menentukan frekuensi dan rasio redaman pada roket RKK-300 LPN. Hasil perhitungan yang diperoleh pada kecepatan Subsonik frekuensi berkisar 243,37 s/d 137,06, sedangkan rasio redaman antara 0,0380 s/d 0,0901. Untuk kecepatan Supersonik frekuensi berkisar 929,25 s/d 3355,02 dan rasio redaman antara 0,0403 s/d 0,0990. Hasil perhitungan ini disajikan dalam grafik 1 s/d grafik 8.

## **5. KESIMPULAN.**

Telah dilakukan prediksi teoritis besarnya frekuensi dan rasio redaman roket kendali RKK-300 LPN pada kecepatan Subsonik 0,2 s/d 0,9 bilangan Mach dengan kecepatan Supersonik 1,5 s/d 3,5 bilangan Mach dengan variasi sudut serang dari  $2^\circ$  s/d  $12^\circ$ . Metode yang digunakan adalah metode analisis yang didasarkan pada teori tricyclic pada sistem koordinat aerobalistik.

Dengan metode tersebut diperoleh hasil perhitungan frekuensi 243,37 s/d 137,06 dan rasio redaman 0,0380 s/d 0,0901 pada kecepatan Subsonik dan frekuensi 429,25 s/d 3355,02, rasio redaman 0,0403 s/d 0,0990 pada kecepatan Supersonik.

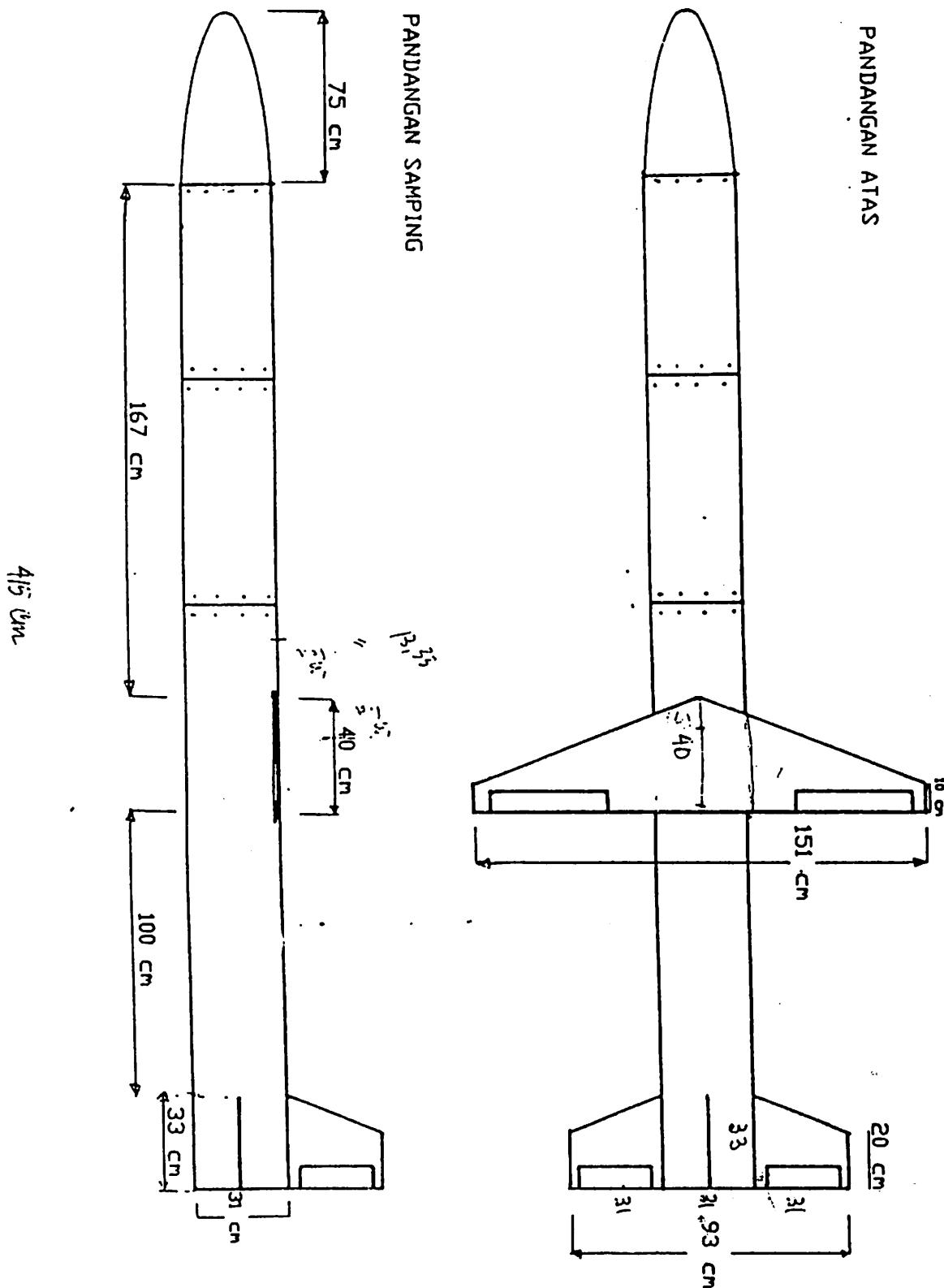
## **DAFTAR PUSTAKA :**

1. "Non Planar Stability", paper from aerolab, 1983, Laurel, Maryland.
2. Iak, N, Nelson, 1960 : "Missil Aerodynamics" (translated from Rusian), American Publ. Co., PUT-LTD, New Delhi.
3. Smetan, O. Federal, 1978 " Computer Assited Analysis of Aircraft Performance Stability Control", Mc Graw Hill Book Co, Inc, New York.

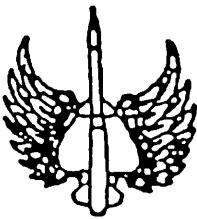


Halaman :

Dokumen :



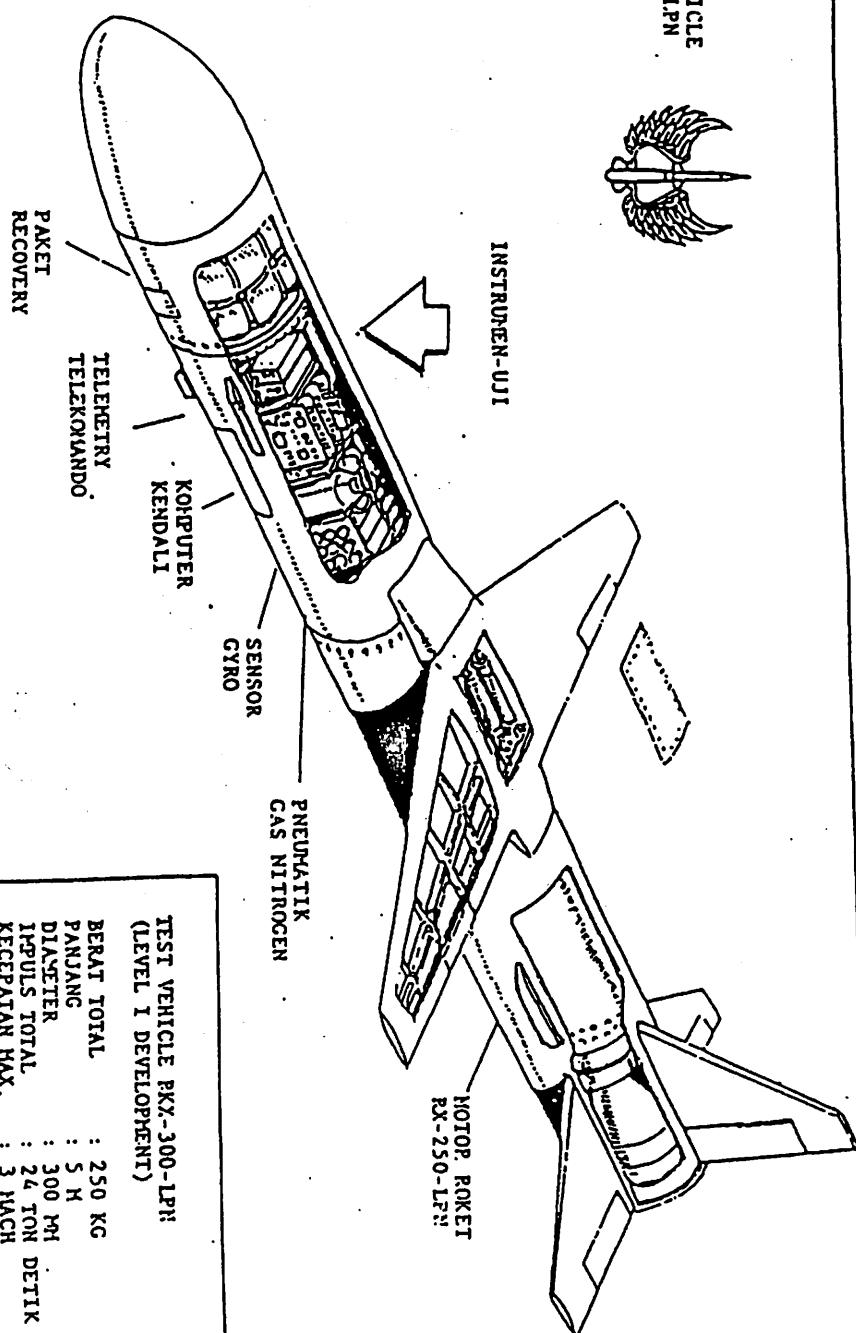
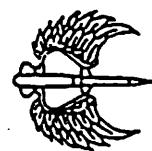
Disiapkan : Diperiksa : Disetujui: Tanggal: Revisi :



Halaman :

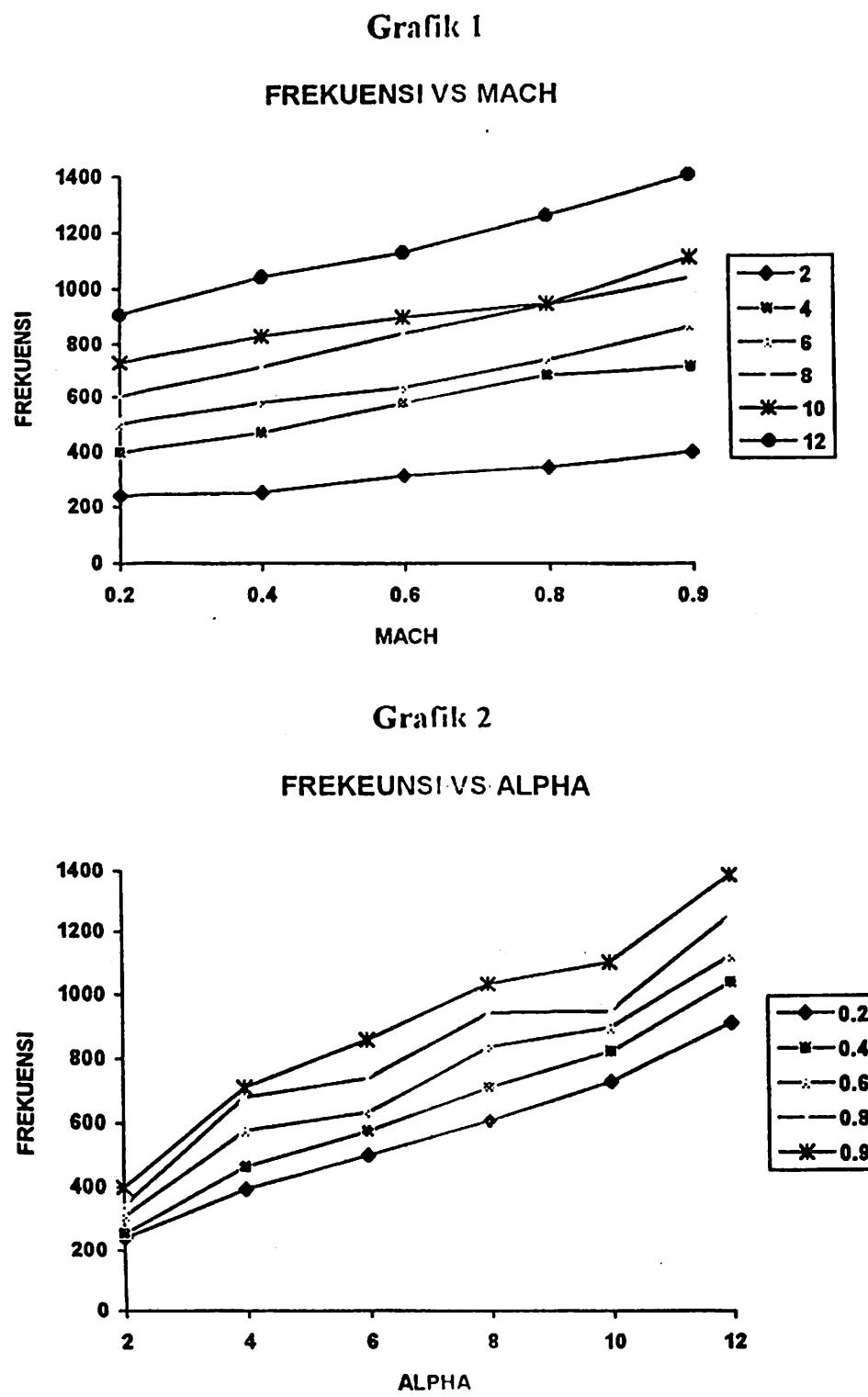
Dokumen :

TEST-VEHICLE  
RKX-300-LPN



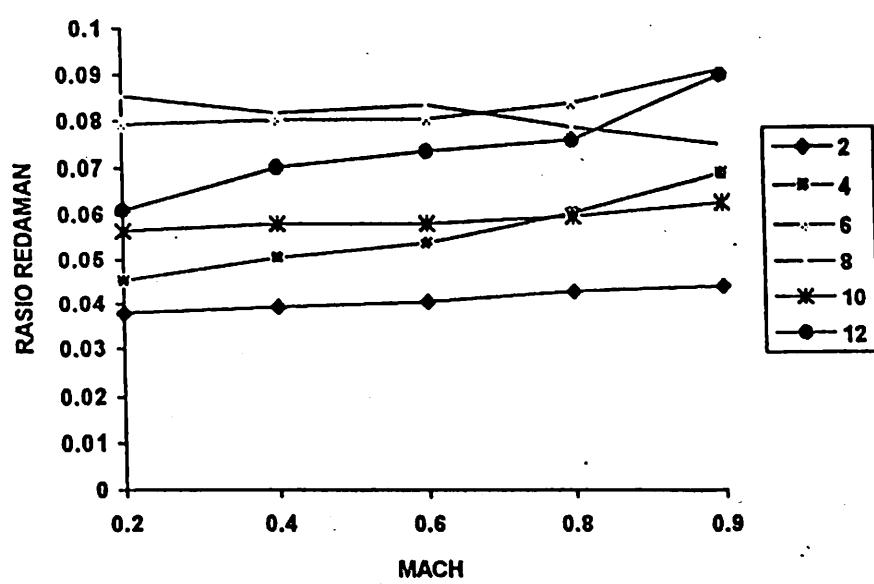
Gambar 2a. Fotodrak Test Vehicle RKX-300-LPN.

Disiapkan :	Diperiksa :	Disetujui:	Tanggal:	Revisi :



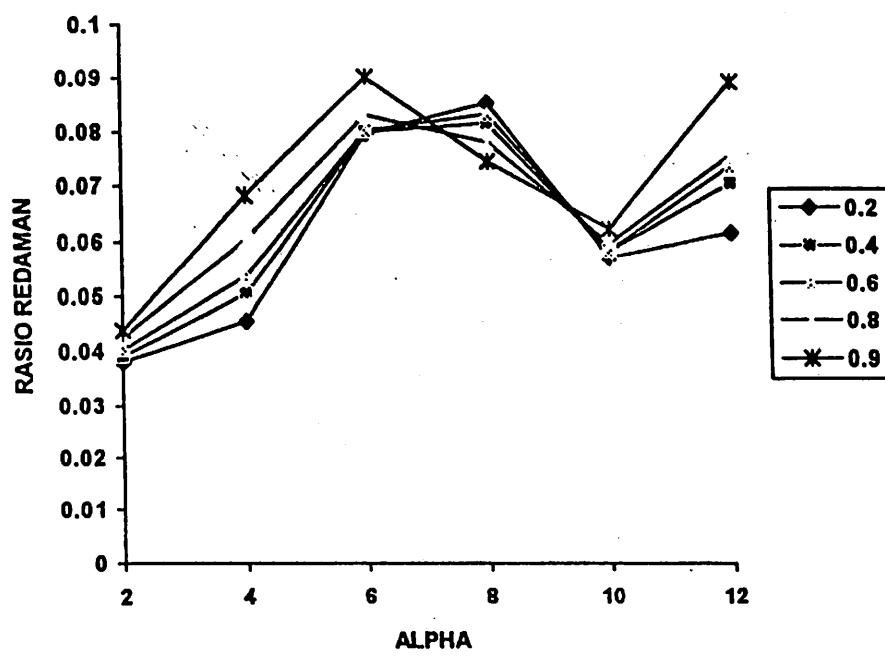
Grafik 3

RASIO REDAMAN VS MACH



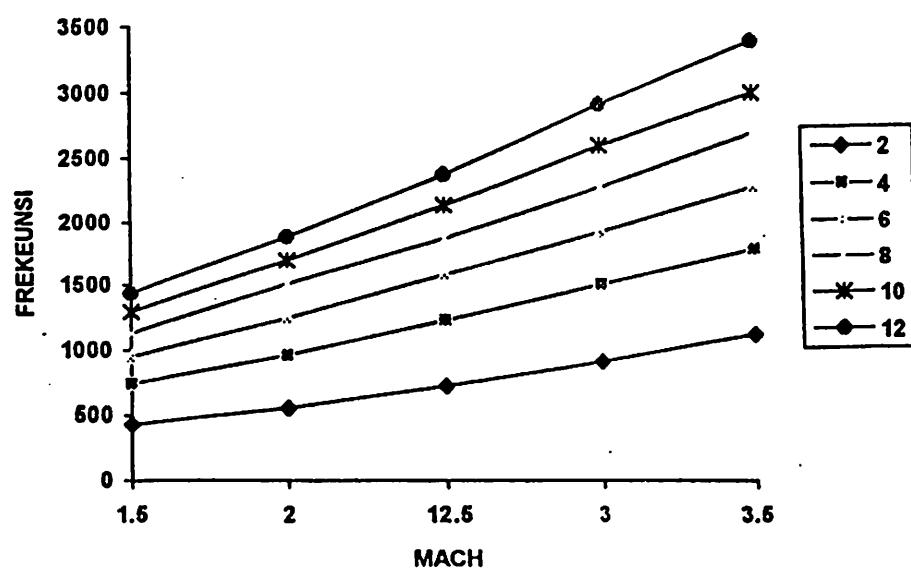
Grafik 4

RASIO REDAMAN VS ALPHA



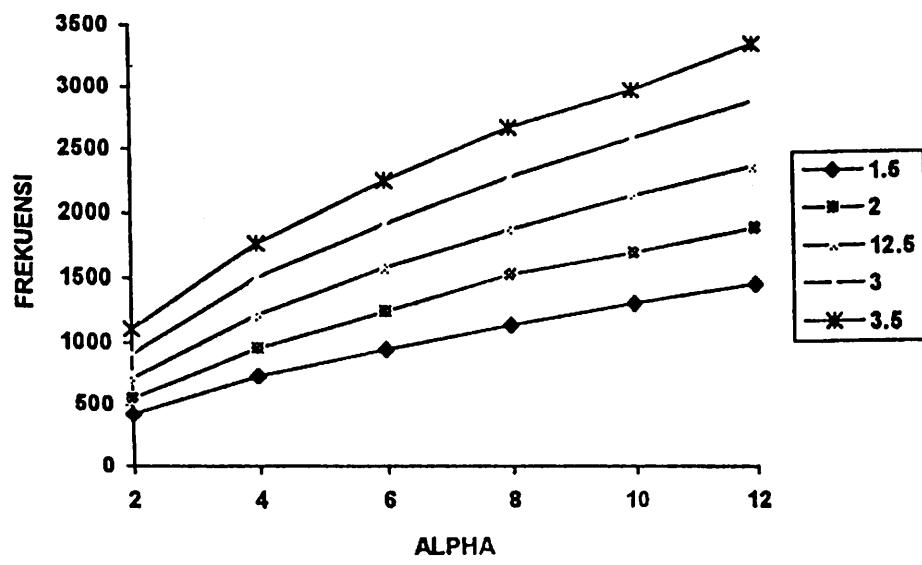
Grafik 5

FREKUENSI VS MACH

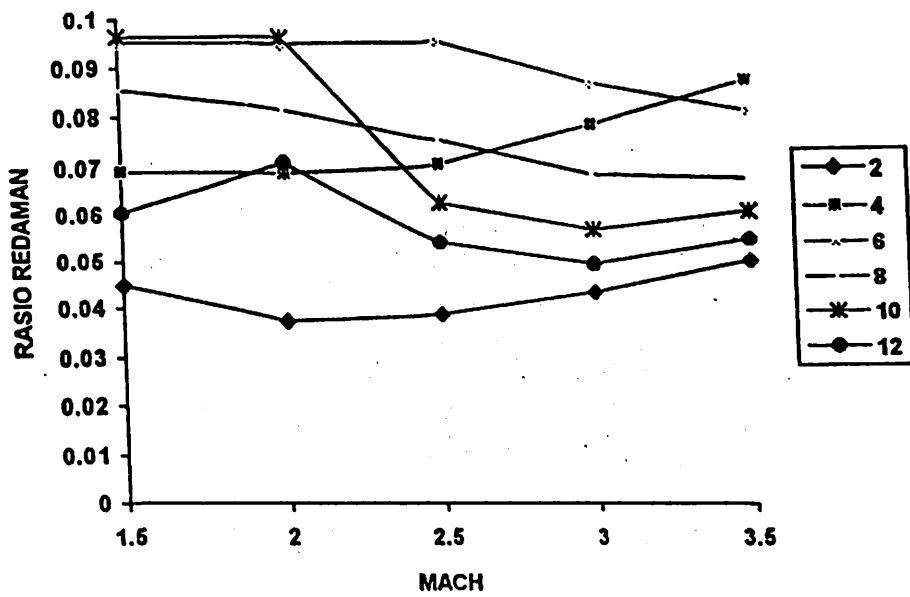


Grafik 6

FREKUENSI VS ALPHA



Grafik 7  
RASIO REDAMAN VS MACH



Grafik 8  
RASIO REDAMAN VS ALPHA

