

ANALISIS CURAH HUJAN BERBASIS DISTRIBUSI GAMMA-POISSON DAN APLIKASINYA UNTUK PREDIKSI IKLIM DAN CUACA

Tatty Kurniaty, Mahmud, Juniarti Visa
Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional

Abstrak

Peramalan cuaca melibatkan suhu, kelembaban udara, arah dan kecepatan angin serta hujan. Untuk memperoleh sebanyak mungkin informasi tentang hujan seperti lamanya hujan, banyaknya hujan dan distribusi curah hujan, dapat diusulkan beberapa metoda. Salahsatunya adalah mengenai distribusi peluang untuk total curah hujan, dan penaksiran parameter dari distribusi peluang tersebut yaitu melalui metoda momen dan metoda kemungkinan maksimum. Berdasarkan data curah hujan dari tahun-tahun yang lalu, kita dapat melihat terjadinya hujan dengan asumsi berdistribusi eksponensial.

Dari pembahasan data curah hujan di Bandung pada tahun 1960 sampai tahun 1990 dapat dilihat bahwa distribusi total curah hujan dalam waktu tertentu mengikuti distribusi campuran Gamma-Poisson.

1. PENDAHULUAN

Peramalan cuaca melibatkan prakiraan suhu, kelembaban udara, arah dan kecepatan angin serta hujan. Dalam pengertian Meteorologi, hujan didefinisikan sebagai titik-titik air di dalam awan yang jatuh menuju tanah. Banyaknya air yang mencapai tanah bergantung pada intensitas dan lamanya hujan. Pengamatan terhadap hujan bertujuan untuk memperoleh sebanyak mungkin informasi tentang hujan seperti lamanya hujan, banyaknya hujan dan distribusi curah hujan.

Berdasarkan pengalaman terdahulu, curah hujan untuk setiap terjadinya hujan akan didistribusikan secara eksponensial sehingga total curah hujan untuk beberapa kali hujan akan mengikuti distribusi Gamma, sedangkan banyaknya hujan yang terjadi dalam satu satuan waktu tertentu akan mengikuti distribusi Poisson, dengan demikian distribusi total curah hujan dalam satu satuan waktu tertentu merupakan gabungan

distribusi Gamma dan Distribusi Poisson. Penggabungan distribusi ini akan menghasilkan distribusi campuran Gamma-Poisson. Dari Distribusi campuran Gamma-Poisson ini dapat diturunkan parameter rata-rata (μ) dan simpangan baku (σ). Rata-rata dan simpangan baku ini merupakan fungsi dari parameter-parameter distribusi Gamma dan Poisson, sehingga untuk mengetahui nilai rata-rata dan simpangan baku perlu diketahui nilai parameter-parameter tersebut. Nilai parameter biasanya ditaksir berdasarkan sampel pengamatan.

Dengan menggunakan data curah hujan setiap bulan pada tahun-tahun yang lalu kita dapat menentukan taksiran parameter dari distribusi peluang total curah hujan untuk setiap bulan selama satu tahun. Menggunakan nilai taksiran parameter ini akan diperoleh fungsi densitas dari total curah hujan untuk bulan Januari sampai dengan bulan Desember.

Dengan fungsi densitas tersebut, kita dapat menentukan besarnya peluang keadaan normal, diatas

normal atau dibawah normal. Sehubungan dengan hal tersebut, dalam paper ini akan dibahas tentang distribusi peluang untuk total curah hujan dan penaksiran parameternya.

Paper ini dimaksudkan untuk memperkenalkan distribusi peluang untuk total curah hujan dan bertujuan untuk menentukan taksiran parameter distribusi peluang untuk total curah hujan setiap bulan selama satu tahun dengan metoda momen dan metoda kemungkinan maksimum serta metoda pendekatannya yang dapat menentukan penaksir terbaik dengan meninjau efisiensi penaksir dan diharapkan sebagai informasi tentang metoda penaksiran parameter distribusi campuran Gamma - Poisson khususnya yang menyangkut distribusi total curah hujan yang aplikasinya diharapkan sebagai masukan dalam memprediksi sifat hujan setiap bulan selama satu tahun.

2. METODA

2.1. Distribusi Peluang untuk total Curah Hujan.

Untuk setiap kali terjadinya hujan, curah hujan $X > 0$ diasumsikan berdistribusi eksponensial dengan rata-rata μ , sehingga dapat ditunjukkan bahwa total curah hujan untuk k kali hujan akan mengikuti distribusi Gamma dengan parameter μ dan k

Dengan demikian distribusi total curah hujan X bersyarat k adalah:

$$g(x|k) = \begin{cases} \frac{\mu^k X^{k-1} e^{-\mu k}}{\Gamma(k)}; X > 0 \\ 0; \text{ untuk yang lainnya} \end{cases} \quad (1)$$

Banyaknya hujan yang terjadi dalam satu satuan waktu tertentu diasumsikan mengikuti distribusi Poisson dengan parameter v , Jika N menyatakan

banyaknya hujan dalam t satuan waktu maka fungsi densitas untuk N adalah

$$P(N = k) = \begin{cases} \frac{\theta^k e^{-\theta}}{k!}; k = 0, 1, 2, \dots \\ 0; \text{ untuk yang lainnya} \\ \text{dengan } \theta = vt \end{cases} \quad (2)$$

2.2. Penaksir Parameter

Sebagaimana dikemukakan pada bagian 2.1 distribusi peluang untuk total curah hujan dalam satu satuan waktu tertentu bergantung pada nilai parameter v dan θ . Akan tetapi nilai sebenarnya dari parameter-parameter ini tidak diketahui sehingga perlu dilakukan penaksiran untuk parameter-parameter tersebut

a. Metoda Momen

Untuk mendapatkan penaksir momen, maka momen populasi disamakan dengan momen sampel. sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= 2x^2/s^2 \\ \hat{\lambda} &= 4x^3/s^4 \end{aligned} \quad (3)$$

b. Metoda Kemungkinan Maksimum

Misalkan x_1, x_2, \dots, x_n merupakan nilai-nilai pengamatan untuk total curah hujan dalam satu satuan waktu tertentu dan m menyatakan banyaknya nilai pengamatan yang berharga positif, maka fungsi kemungkinannya adalah:

$$L(\lambda, \theta) = \prod_{i=1}^n e^{-\theta - \lambda x_i / \theta} h(x_i, \lambda)$$

$$\text{dengan } h(x_i, \lambda) = \begin{cases} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^k x_i^{k-1}}{k!(k-1)!} & ; x > 0 \\ 1 & ; x = 0 \end{cases} \quad (4)$$

2.3 Efisiensi dari Penaksir

Untuk menentukan efisiensi penaksir yang didapat melalui metoda momen dan metoda kemungkinan maksimum, harus diketahui terlebih dahulu varians dan kovarians untuk masing-masing penaksir. Nilai-nilai tersebut ditentukan melalui cara pendekatan.

Efisiensi relatif penaksir untuk nilai θ yang sangat besar, maka penaksir akan mendekati 50%, sedangkan untuk θ yang sangat kecil, akan mendekati 25% sampai mendekati nol. Dengan demikian dapat disimpulkan bahwa penaksir kemungkinan maksimum lebih efisien dibandingkan penaksir momen.

3. PEMBAHASAN

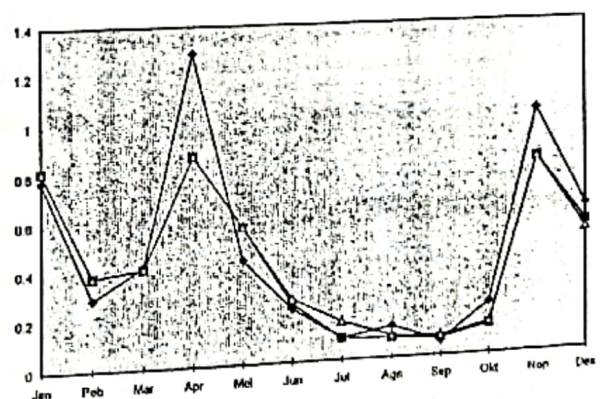
Dari data yang tersedia kita akan menentukan taksiran parameter distribusi peluang dari total curah hujan untuk setiap bulan selama satu tahun, selanjutnya kita dapat menentukan fungsi densitas dari total curah hujan serta menghitung total curah hujan yang diharapkan beserta simpangan bakunya. Parameter distribusi peluang dari total curah hujan dihitung dengan menggunakan persamaan (II-3) untuk taksiran momen dan persamaan (II-4) untuk taksiran kemungkinan maksimum. Kita dapat menentukan taksiran kemungkinan maksimum eksak untuk

parameter θ dan λ setelah dilakukan perhitungan, maka hasil yang diperoleh disajikan dalam bentuk tabel 3.1

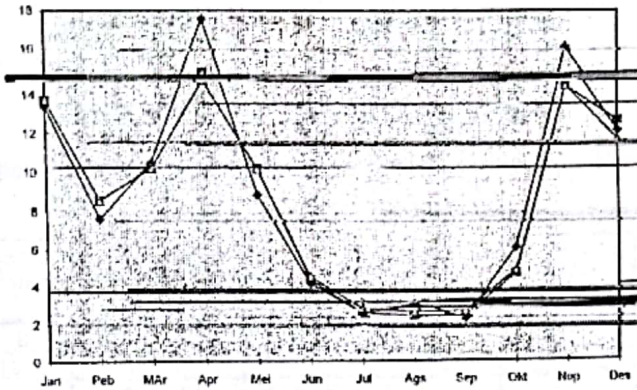
Tabel 3.1 Taksiran Parameter dari Distribusi total curah hujan

Bulan	Metoda Momen		Kemungkinan maksimum pendekatan		Kemungkinan maksimum Eksak	
	λ	θ	λ	θ	λ	θ
Januari	0.78	13.36	0.82	13.7	0.62	13.71
Pebruari	0.29	7.59	0.38	8.57	0.28	8.59
Maret	0.42	10.45	0.41	10.16	0.41	10.18
April	1.29	17.57	0.87	14.73	0.87	14.75
Mei	0.43	8.83	0.57	10.18	0.57	10.14
Juni	0.22	4.14	0.24	4.37	0.26	4.51
Juli	0.09	2.54	0.09	2.53	0.16	2.78
Agustus	0.13	3.01	0.08	2.4	0.09	2.59
September	0.06	2.27	0.01	2.39	0.08	2.65
Oktober	0.21	6.03	0.12	4.65	0.13	4.83
November	1.02	16.06	0.82	14.44	0.82	14.45
Desember	0.61	12.66	0.54	12.53	0.51	11.61

Seperti dapat dilihat pada tabel diatas, parameter yang ditaksir dengan metoda pendekatan kemungkinan maksimum mempunyai nilai taksirannya selalu lebih rendah. Sedangkan metoda momen mempunyai nilai taksiran yang besar, dapat dilihat pada gambar dibawah ini



Gambar 3.1 Taksiran parameter θ dari distribusi total curah hujan



Gambar 3.2 Taksiran parameter λ dari distribusi total curah hujan

4. ANALISIS

Selanjutnya dengan mensubstitusikan nilai λ dan θ dari penaksir kemungkinan maksimum kedalam persamaan diatas akan diperoleh distribusi peluang untuk total curah hujan dengan fungsi densitas sebagai berikut:

$$f(x) = \begin{cases} e^{-13.71} & ; x = 0 \\ e^{-13.71-0.06x} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(0.82)^k x^{k-1}}{k!(k-1)!} & ; x > 0 \\ 0 & \text{untuk lainnya} \end{cases}$$

Dengan fungsi densitas dari rata-rata total curah hujan untuk setiap bulan, kita dapat menentukan banyaknya curah hujan pada bulan tertentu, kita dapat menghitung total curah hujan yang diharapkan untuk setiap bulan dengan menggunakan persamaan momen populasi yaitu $\mu_1 = K_1 = \theta^2 / \lambda$. Variansi diperoleh dengan menggunakan persamaan $\mu_2 = K_2 = 2 \theta^3 / \lambda^2$, simpangan baku akan didapat dari akar variansinya.

Total curah hujan yang diharapkan dan simpangan bakunya disajikan dalam tabel IV.2

Tabel IV.2 Total curah hujan yang diharapkan dan simpangan bakunya (mm)

Bulan	Total curah hujan yang diharapkan	Simpangan baku
Januari	228.81	87.38
Pebruari	194.08	93.63
Maret	257.52	114.12
April	249.73	91.96
Mei	180.81	80.29
Juni	79.35	52.88
Juli	67.12	56.94
Agustus	68.05	59.68
September	87.45	75.97
Oktober	176.85	113.71
Nopember	254.49	94.69
Desember	266.31	110.53

Jika X menyatakan total curah hujan setiap bulan, μ menyatakan rata-rata total curah hujan setiap bulan dan σ menyatakan simpangan baku total curah hujan setiap bulan maka klasifikasi sifat hujan sebagai berikut:

1. Jauh dibawah normal, jika $X < \mu - 1.5 \sigma$
2. Di bawah normal, Jika $\mu - 1.5 \sigma < X < \mu - 0.5 \sigma$
3. Normal, Jika $\mu - 0.5 \sigma < X < \mu + 0.5 \sigma$
4. Di atas normal, Jika $\mu + 0.5 \sigma < X < \mu + 1.5 \sigma$

Jika x_i menyatakan besarnya curah hujan setiap bulan pada tahun ke -i dan n menyatakan banyaknya tahun, maka taksiran yang digunakan adalah:

$$\bar{\mu} = \bar{x} = 1/n \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\hat{\sigma} = \left\{ 1/n - 1 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right\}^{1/2}$$

5. KESIMPULAN

1. Distribusi total curah hujan dalam satu satuan waktu tertentu mengikuti distribusi campuran Gamma-Poisson, karena curah hujan untuk setiap terjadinya hujan berdistribusi eksponensial sehingga total curah hujan untuk beberapa kali hujan mengikuti distribusi Gamma, sedangkan banyaknya hujan dalam satu satuan waktu tertentu mengikuti distribusi poisson.
2. Penaksir parameter distribusi campuran Gamma-Poisson dapat dilakukan dengan metoda momen dan metoda kemungkinan maksimum dan penaksir kemungkinan maksimum lebih baik dari penaksir momen.
3. Aplikasi dari dua kesimpulan diatas diharapkan sebagai informasi untuk memprediksi cuaca setiap bulan dalam satu tahun yang kemudian dapat dikembangkan untuk iklim.

DAFTAR PUSTAKA

1. Hogg, R.V. & Craig, A.T. , 1978. *Introduction to Mathematical Statistics*. Collier Macmillan.
2. Kendall, M,G & Stuart, A. D. , 1973. *The Advanced Theory of Statistics*. Charles Griffin.
3. Meyer, P. L., 1972. *Introduction to Probability*. Addison Wesley.
4. WMO, 1972. *Precipitation Processes*. World Meteorological Organization. Volume II. 1972