

PENGEMBANGAN DAN UJI VALIDASI MODEL IKLIM BERBASIS TRANSFORMASI WAVELET

Mezak A. Ratag

Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional

Abstrak

Hasil pengembangan dan uji validasi model iklim berbasis transformasi wavelet dibahas dalam makalah ini. Uji validasi model dilakukan terhadap variabel curah hujan untuk dua lokasi dengan karakteristik pola curah hujan tahunan yang berbeda cukup signifikan: Bandung dan Ampenan. Kasus-kasus yang dikaji adalah tahun 'normal' (1990) serta tahun-tahun yang dianggap mewakili keadaan ekstrem El Nino (1982) dan La Nina (1988-1989).

Dengan memperlakukan transformasi wavelet sebagai proyeksi terbobot untuk membentuk transformasi-Z wavelet terbobot (*weighted wavelet Z-transform*; WWZ), potensinya ditingkatkan dalam hal mendeteksi, dan terutama dalam hal mengkuantisasikan, sinyal-sinyal periodik dan pseudo-periodik dalam kasus-kasus deret waktu dengan 'sampling' (pencuplikan) yang beragam (*unevenly sampled*). Transformasi WWZ dari deret waktu curah hujan $x(t)$ menghasilkan parameter-parameter (periode / frekuensi, amplitudo, fasa) yang mendeskripsikan sinyal-sinyal periodik dan yang pseudo-periodik dari deret waktu yang bersangkutan. Teknik dekonvolusi yang melibatkan *inverse wavelet transform* dari parameter-parameter tersebut kemudian digunakan untuk merekonstruksi deret waktu variabel iklim x . Hasil rekonstruksi ini dapat merentang pada selang waktu yang lebih lebar dari selang waktu semula, misalnya dari t_0 ke $t_1 + \Delta t$ (prediksi ekstrapolasi). Cara serupa dapat diterapkan untuk interpolasi.

Meskipun dalam kasus-kasus yang ditinjau, data yang digunakan memiliki kekosongan data yang sangat signifikan pada bagian tengah selang, deret waktu hasil prediksi dan observasi masih tetap memperlihatkan keserupaan yang sangat mencolok dengan koefisien korelasi di atas 0.9. Hasil-hasil tersebut menyarankan bahwa model iklim berbasis transformasi wavelet dapat dijadikan piranti simulasi dan prediksi dengan tingkat kepercayaan yang tinggi. Dalam kasus-kasus yang ditinjau diperlihatkan bahwa transformasi wavelet dapat dijadikan basis bagi model statistik iklim. Taksiran tingkat akurasi mencapai nilai di atas 90 %. Meskipun metoda penaksiran akurasi ini cenderung bersifat spesifik lokal dan masih perlu dikembangkan untuk wilayah-wilayah lain, hasil-hasil uji validasi yang dilakukan dapat mendukung kesimpulan bahwa transformasi wavelet dapat digunakan untuk interpolasi dan ekstrapolasi (prediksi) dengan akurasi tinggi.

1. PENDAHULUAN

Model-model statistik iklim merupakan piranti awal yang dikembangkan untuk tujuan prediksi iklim (ekstrapolasi) maupun untuk maksud-maksud interpolasi data variabel iklim. Meskipun dalam dua

hingga tiga dasawarsa terakhir ini model-model dinamis telah berkembang dengan sangat pesat sejalan dengan pesatnya perkembangan teknologi informasi serta pesatnya upaya pemantauan dan penelitian proses-proses fisis, dinamika dan kimia atmosfer, model-model statistika tetap memegang peran penting

dalam pemodelan iklim. Model-model statistika merupakan salah satu alat utama dalam teknik prediksi maupun teknik validasi.

Pada awal perkembangannya analisis berbasis autoregresi dan analisis berbasis transformasi Fourier mendominasi model-model statistika tersebut di atas. Dalam dua dasawarsa terakhir berbagai teknik analisis modern telah dikembangkan untuk analisis deret waktu, yang paling menonjol adalah yang berbasis transformasi wavelet, *cluster analysis*, *neural network* serta yang berbasis analisis dinamika non-linier (fraktal). Teknik-teknik statistika yang berbasis analisis-statistika tersebut dapat diklasifikasikan sebagai teknik statistika tingkat tinggi untuk membedakannya dengan teknik-teknik klasik seperti autoregresi maupun yang semi-modern seperti analisis Fourier.

Dalam makalah ini perhatian utama diarahkan pada pengembangan teknik dan uji validasi prediksi iklim berbasis transformasi wavelet. Pengertian 'prediksi' yang dimaksudkan di sini meliputi pengertian prediksi secara ekstrapolasi maupun interpolasi.

Deret waktu curah hujan untuk Bandung dan Ampanan dijadikan kasus-kasus uji untuk pengembangan teknik dan uji validasi. Dalam kasus-kasus yang ditinjau akan diperlihatkan bahwa transformasi wavelet dapat dijadikan basis bagi model statistik iklim alternatif.

2. TRANSFORMASI WAVELET

Analisis Fourier merupakan alat yang ideal untuk pendeteksian dan pengkuantisasian fluktuasi-fluktuasi periodik dalam deret waktu, asalkan sifat periodik tersebut berarti perioda, amplitudo, dan fasa yang benar-benar konstan. Sistem iklim dan cuaca hampir tidak pernah menunjukkan fluktuasi konstan seperti itu. Subsystem-subsystem yang membentuk

sistem iklim tersebut - seperti atmosfer, laut, daratan, kriosfer, vegetasi, dan biosfer - hampir semuanya menunjukkan sifat-sifat sebagai sistem-sistem non-linier. Persamaan-persamaan utama yang dipergunakan untuk menggambarkan sistem iklim dalam model-model iklim (lihat misalnya, Trenberth, 1995 & Jakeman et al. 1995) adalah kumpulan persamaan-persamaan diferensial yang mencirikan perilaku-perilaku non-linier. Dalam sistem iklim fluktuasi-fluktuasi periodik seringkali muncul secara 'intermittent' (terputus-putus), sebagai fenomena transien. Bahkan untuk suatu deret waktu dengan periodisitas yang konsisten, biasanya kita melihat adanya evolusi terhadap waktu dari parameter-parameter fluktuasi yang bersangkutan. Analisis Fourier dapat mendeteksi dan, hingga pada batas tertentu, mengkuantisasikan perilaku seperti itu, tetapi masih jauh dari ideal untuk maksud-maksud tersebut.

Transformasi wavelet, sebaliknya, sangat sesuai untuk mendeteksi fluktuasi-fluktuasi periodik yang bersifat transien, dan juga perubahan-perubahan parameter-parameternya, karena mampu memusatkan perhatian pada suatu rentang waktu terbatas dari data yang ada. Transformasi wavelet kontinu dari sebuah fungsi waktu $x(t)$ didefinisikan sebagai (lihat misalnya Foster, 1996).

$$\begin{aligned} W(\omega, \tau; x(t)) &= \omega^{1/2} \int x(t) f^*(\omega(t - \tau)) dt \\ &= \omega^{1/2} \int x(\omega^{-1}z + \tau) f^*(z) dz \end{aligned}$$

dengan f^* adalah konjugat kompleks dari f , dan fungsi $f(z)$ adalah kernel wavelet, yang juga dikenal sebagai wavelet analisis (analyzing wavelet) atau wavelet induk (mother wavelet). Transform yang bersangkutan bergantung pada dua parameter, yakni faktor skala ω [ω^{-1} disebut juga faktor skala dan disebut dilasi (dilation); selanjutnya kita akan mengacu ω sebagai frekuensi], dan pergeseran waktu (time shift) τ (juga

dikenal sebagai parameter, posisi, atau lokasi pergeseran ; seperti yang terlihat, terdapat berbagai macam nomenklatur dalam literatur). Dengan memilih suatu wavelet induk yang terkonsentrasi di dekat $z = 0$, kita menyelidiki perilaku $x(t)$ di dekat $t = \tau$.

Kita mempunyai sejumlah wavelet analisis untuk dipilih dengan varietas yang cukup membingungkan, tetapi karena kita tertarik pada pendeteksian dan pengkuantisasian fluktuasi-fluktuasi periodik dan yang pseudo-periodik, kita akan memakai sebuah wavelet induk yang berfluktuasi oleh suku berbentuk e^{iz} . Salah satu konsekuensi penggunaan sebuah wavelet induk kompleks adalah adanya dua derajat kebebasan (yakni bagian real dan imajiner) untuk menyelidiki struktur deret waktu. Transformasi Fourier merupakan suatu kasus khusus dari persamaan (1) dengan wavelet induk $f(z) = e^{iz} = e^{i\omega(t-\tau)}$ tanpa memasukkan faktor $\omega^{1/2}$ di depan tanda integral. Juga, fungsi ini merupakan sebuah fungsi-eigen dari operator translasi waktu, jadi untuk analisis Fourier kita hilangkan parameter τ yang tidak relevan.

Para astronom telah mengkaji sejumlah kemungkinan baru; wavelet induk yang populer untuk analisis kurva-kurva cahaya bintang variabel adalah wavelet Fourier dengan profil peluruhan Gauss (gaussian decay profile) (atau, sebuah Gaussian dengan modulasi harmonik), yang disebut Morlet (Grossman & Morlet, 1984)

$$f(z) = e^{-cz^2} (e^{iz} - e^{-1/4c}) = e^{-c\omega^2(t-\tau)^2} (e^{i\omega(t-\tau)} - e^{-1/4c})$$

Dengan konstanta $e^{-1/4c}$ dimasukkan sedemikian sehingga nilai rata-rata wavelet analisis tersebut sama dengan nol.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(z) dz = 0$$

Wavelet Morlet lebih umum didefinisikan sebagai

$$f(z) = e^{-z^2/2} (e^{i\omega_m z} - e^{-\omega_m^2/2})$$

di mana $\omega_m = 1/\sqrt{2c}$. Konstanta pada faktor eksponensial (yang semata-mata hanya berdasar pada pemilihan konvensi saja) telah ditransfer sedemikian sehingga faktor skala (bobot) ω dengan tepat akan berkorespondensi dengan frekuensi (radian) dari suatu fluktuasi periodik.

Konstanta c menentukan seberapa cepatnya wavelet analisis yang bersangkutan meluruh; konstanta ini biasanya dipilih sedemikian sehingga suku eksponensial yang bersangkutan menurun secara signifikan dalam satu siklus tunggal $2\pi/\omega$. Untuk kurva-kurva cahaya bintang variabel, sebagai contoh, pilihan yang populer untuk c adalah $1/8\pi^2$ (tetapi, c dapat diperlakukan sebagai parameter, dalam kasus mana transformasi wavelet yang bersangkutan akan dicirikan oleh tiga parameter alih-alih dua parameter). Di sini kita akan memilih nilai $c = 0.0125$, yang cukup dekat dengan $1/8\pi^2$ sehingga kedua pilihan tersebut secara fungsional setara. Bila c kecil (seperti yang biasanya dilakukan ketika mengaplikasikan wavelet dalam analisis perioda deret waktu), konstanta $e^{-1/4c}$ menjadi sangat kecil; untuk $c < 0.02$ konstanta ini dapat diabaikan (Grossman et al, 1989). Karena itu, suku ini biasanya diabaikan, dan memberikan sebuah kernel wavelet yang berbeda yang disebut 'wavelet Morlet singkat' (abbreviated Morlet wavelet).

$$f(z) = e^{iz - cz^2} = e^{i\omega(t-\tau) - c\omega^2(t-\tau)^2}$$

Wavelet ini berguna untuk mendefinisikan transform Morlet singkat (abbreviated Morlet transform). Pada waktu diterapkan pada deret waktu diskrit, wavelet ini mendefinisikan transformasi

wavelet diskrit (discrete wavelet transform, DWT). Transform Morlet singkat memiliki keserupaan yang mencolok dengan 'windowed Fourier transform' (transformasi Fourier berjendela), dengan 'jendela' $\exp[-c\omega^2(t-\tau)^2]$. Perbedaan krusialnya adalah dalam hal faktor ω pada eksponensial; ukuran "jendela" bergantung frekuensi.

3. APLIKASI TRANSFORMASI-Z WAVELET TERBOBOT (*WEIGHTED WAVELET Z-TRANSFORM*; WWZ) UNTUK PEMODELAN DERET WAKTU IKLIM

Transformasi wavelet memperlihatkan prospek yang menjanjikan sebagai metoda untuk analisis perioda deret waktu, khususnya untuk mendeteksi evolusi terhadap waktu dari parameter-parameter (periode, amplitudo, fasa) yang memerikan (mendeskripsikan) sinyal-sinyal periodik dan yang pseudo-periodik. Tetapi, ketika diterapkan dalam kasus-kasus deret waktu dengan 'sampling' (pencuplikan) yang beragam (*unevenly sampled*), respons transformasi wavelet seringkali lebih banyak bergantung pada letak keteraturan banyaknya data dan 'jarak' (*spacing*) data yang tersedia daripada pada perubahan-perubahan sesungguhnya dari parameter-parameter sinyal yang bersangkutan. Meskipun demikian, dengan memperlakukan transformasi wavelet sebagai proyeksi, kita dapat menurunkan perilaku statistiknya dan mengembangkan transformasi-transformasi yang melibatkan pembobotan ulang. Dengan memperlakukan transformasi wavelet sebagai proyeksi terbobot (*weighted projection*) untuk membentuk transformasi-Z wavelet terbobot (*weighted wavelet Z-transform*; WWZ), kemampuannya ditingkatkan dalam hal mendeteksi, dan terutama dalam hal

mengkuantisasikan, sinyal-sinyal periodik dan pseudo-periodik.

Tinjau sebuah variabel iklim x dalam selang waktu antara t_0 dan t_1 dengan 'sampling' (pencuplikan) yang beragam. Transformasi WWZ dari $x(t)$ berdasarkan persamaan (1) menghasilkan parameter-parameter (periode / frekuensi, amplitudo, fasa) yang mendeskripsikan sinyal-sinyal periodik dan yang pseudo-periodik dari deret waktu yang bersangkutan. Teknik dekonvolusi yang melibatkan *inverse wavelet transform* dari parameter-parameter tersebut kemudian digunakan untuk merekonstruksi deret waktu variabel iklim x . Untuk membedakan dari $x(t)$ hasil rekonstruksi tersebut kita namakan $x_p(t)$. Hasil rekonstruksi ini dapat merentang pada selang waktu yang lebih lebar dari selang waktu semula, misalnya dari t_0 ke $t_1+\Delta t$. Deret waktu variabel x dalam selang antara t_1 dan $t_1+\Delta t$ adalah hasil prediksi ekstrapolasi. Cara serupa dapat diterapkan untuk kasus-kasus interpolasi.

4. APLIKASI DAN ANALISIS: SIMULASI DAN PREDIKSI CURAH HUJAN

Berikut ini kita akan membahas hasil penerapan metoda yang dikembangkan di atas terhadap data curah hujan. Lokasi stasiun curah hujan yang dipilih adalah Bandung dan Ampenan dengan karakteristik pola curah hujan tahunan yang berbeda cukup signifikan. Untuk kedua lokasi tersebut kita akan mengkaji hasil simulasi untuk tahun 'normal' (1990) tahun-tahun yang dianggap mewakili keadaan ekstrem El Nino (1982) dan La Nina (1988-1989). Gambar 1a adalah hasil simulasi dan prediksi untuk Bandung sedangkan Gambar 1b adalah untuk Ampenan. Untuk perbandingan, dalam gambar-gambar tersebut juga disajikan hasil simulasi berbasis *Limited Area Model* (LAM) dengan resolusi 44 km (Ratag, 2000).

Uji validasi hasil prediksi dilakukan dengan cara berikut. Untuk Bandung kita ambil t_0 adalah Januari 1950 dan t_1 Desember 1995. Transformasi invers dari parameter-parameter hasil transformasi WWZ digunakan untuk merekonstruksi deret waktu dari Januari 1950 hingga Desember 1997. Dengan demikian Δt adalah 24 bulan dari Januari 1996 hingga Desember 1997. Deret waktu curah hujan hasil prediksi $x_p(t)$ dalam selang Δt ini kemudian dibandingkan dengan deret waktu curah hujan hasil pengamatan dalam selang yang sama. Deret waktu hasil prediksi dan observasi memperlihatkan keserupaan yang sangat mencolok (lihat panel terbawah Gambar 1b) dengan koefisien korelasi di atas 0.98.

Untuk Ampenan, t_0 adalah Januari 1880 dan t_1 Desember 1977. Δt adalah 24 bulan dari Januari 1978 hingga Desember 1979. Meskipun data yang digunakan memiliki kekosongan data yang sangat signifikan pada bagian tengah selang (kira-kira pada selang 1930-1950), deret waktu hasil prediksi dan observasi masih tetap memperlihatkan keserupaan yang sangat mencolok (lihat panel terbawah Gambar 1a) dengan koefisien korelasi di atas 0.9.

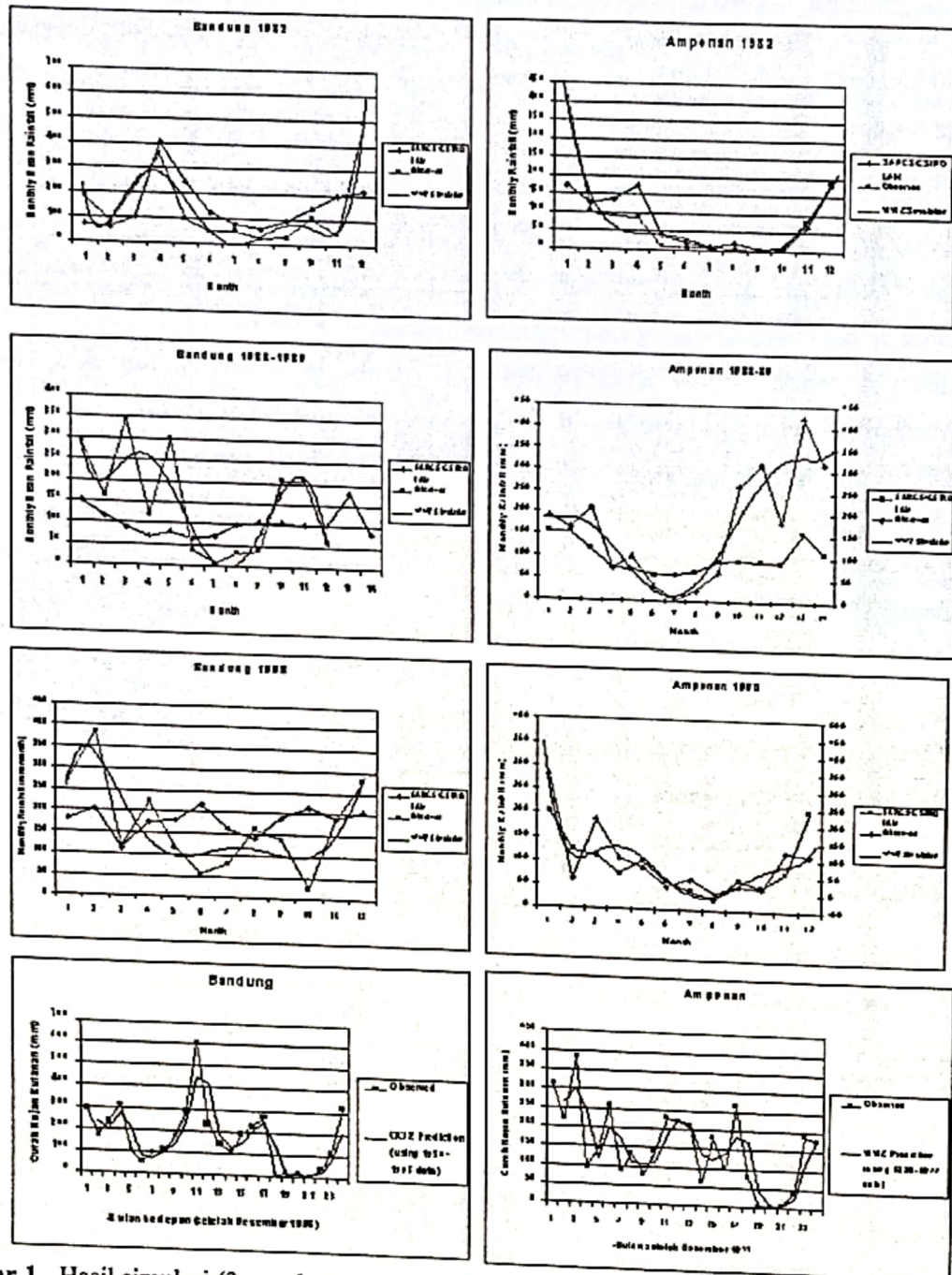
5. KESIMPULAN

Hasil-hasil tersebut di atas menyarankan bahwa model iklim berbasis transformasi wavelet dapat dijadikan piranti simulasi dan prediksi dengan tingkat kepercayaan yang tinggi. Dalam kasus-kasus yang ditinjau diperlihatkan bahwa transformasi wavelet dapat dijadikan basis bagi model statistik iklim. Taksiran tingkat akurasi mencapai nilai di atas 90 %.

Meskipun metoda penaksiran ini cenderung bersifat spesifik lokal dan masih perlu dikembangkan untuk wilayah-wilayah lain, hasil-hasil uji validasi yang dilakukan dapat mendukung kesimpulan bahwa transformasi wavelet dapat digunakan untuk interpolasi dan ekstrapolasi (prediksi) dengan akurasi tinggi.

DAFTAR PUSTAKA

1. Foster, G. 1996. *Astronomical Journal*, Vol. 112, p.1709
2. Grossman, A., Morlet, J. 1984. *Journal of Math. Anal.* Vol. 15, p.723
3. Ratag, M.A. 2000. *Proc. APN Workshop on Analysis of Climate Change Simulations of Southeast Asia*, ed. J. McGregor (in press).



Gambar 1. Hasil simulasi (3 panel atas) dan prediksi (panel terbawah) curah hujan untuk Bandung (1a; panel kiri) dan Ampanan (1b; panel kanan). Sebagai pembandingan, disajikan pula hasil simulasi dan prediksi dengan menggunakan model area terbatas (LAM; *Limited Area Model*) dengan resolusi 44 km (Ratag, 2000)