

## **SIMULASI PENGARUH STATIK MARJIN PADA ARAH MEMUTAR TRAYEKTORI ROKET**

### ***SIMULATION OF STATIC MARGIN EFFECT TO DIRECTIONAL ROCKET TRAJECTORY***

Larasmoyo Nugroho, Setiadi  
Pusat Teknologi Roket, LAPAN  
larasmoyo.nugroho@lapan.go.id

#### **Abstrak**

Paper ini mempelajari hubungan antara *static margin*, *directional stability* dan *strategi* belok menggunakan *bank-to-turn* yang diaplikasikan pada roket kendali, dalam hal ini rudal. Simulasi difokuskan kepada fase terbang wahana rudal MY-ROCK 122 yang melakukan manuver belok tajam secara horizontal. Dari riset ini, roket yang terkendali mengalami peningkatan jarak jangkauan longitudinal secara signifikan, meski penambahan jarak terbang akan direpresentasikan dalam bentuk gerakan memutar.

Radius putar minimum digunakan sebagai parameter untuk melihat kualitas prestasi terbang dari rudal. Dalam riset ini ditemukan bahwa radius putar minimum dapat diraih jika kita menggunakan rentang *static margin* yang sempit, dan selanjutnya rentang ini dapat memberikan jarak yang maksimum juga di sumbu longitudinal. Penempatan titik pusat gravitasi menjadi fase paling fundamental untuk menghasilkan desain rudal yang sukses dari segi aerodinamika dan dari segi *controllability*.

Kata kunci : *static margin*, *directional stability*, *strategi* belok *bank-to-turn*, manuver belok tajam

#### **Abstract**

*This paper studied correlations between static margin, directional stability and bank-to-turn steering strategy applied to a controlled rocket i.e. missile. Analysis conducted experiused flight simulation The control system, in brief, used three-loop control architecture and PID gain methodology. From this research, it is appreciated that controlled rocket could significantly extend its longitudinal range. However, this research emphasized on the directional mode of rocket trajectory.*

*Minimum turn radius was used as parameter to check the quality of flight performance of the missile. It is found that minimum turn radius could be reached from a specifically narrow spectrum of static margin, and correlatively this spectrum would provide maximum range in longitudinal axis. Careful picking position of center gravity is a paramount instrument to produce successful missile design aerodynamically and in terms of controllability.*

*Keywords : static margin, directional stability, strategi* belok *bank-to-turn*, sharp turn maneuver

## **1. PENDAHULUAN**

*Strategi* belok *bank-to-turn* atau BTT adalah satu kelaziman bagi pesawat terbang [1] tapi tidak bagi rudal [2], diperlukan kombinasi defleksi elevator dan *aileron* untuk membelok secara BTT [7], sedangkan untuk membelok dengan *strategi* *skid-to-turn* atau STT [3] cenderung menghasilkan gerakan komplikasi antara guling dan angguk [6].

Mayoritas riset yang dituangkan dalam paper jurnal menggunakan *Static Margin* (SM) sebagai parameter umum untuk memeriksa kestabilan statik dalam arah sumbu longitudinal dan menggunakan jarak longitudinal [4] sebagai parameter tolok ukur efektifitasnya. Pada saat roket diluncurkan, nilai *Static Margin* (SM) mengalami osilasi longitudinal [8], hal ini disebabkan oleh adanya gangguan arah angin dari depan yang mengubah sudut serang secara osilatif juga [8]. Frekuensi osilasi yang besar mudah menyebabkan roket mengalami gerakan tak terkendali [9], oleh karenanya SM telah diteliti agar dibatasi rentang gesernya [5]. Riset ini mengajukan metode baru untuk menggunakan nilai SM untuk menilai kestabilan dinamik dari sebuah roket kendali yang melakukan gerakan membelok terkoordinasi

beraturan. Percobaan terbang yang dilakukan tidaklah berbasis putaran *rolling* / guling yang cepat [10], namun justru sudut guling dibatasi kecepatannya. Parameter yang digunakan untuk mengukur efektivitas SM dalam membelokkan rudal adalah radius putar yang harus seminimal mungkin.

Prosedur yang digunakan dalam paper ini dijabarkan secara mendetail. Berapa sudut serang ( $\alpha$ ) maksimum yang dapat dicapai dan berapa radius putar minimum yang dibutuhkan. Parameter yang diubah di sini hanyalah lokasi titik pusat massa wahana XCG (*center of gravity*), dengan demikian lokasi titik pusat gaya atau XCP (*center of pressure*) adalah tetap. Sudut defleksi dari sirip elevator  $\delta e$  adalah vital untuk menghasilkan belok terkoordinasi beraturan. Dengan memaksimalkan kecepatan putar, kendali sudut guling juga menjadi berperan sentral untuk mengurangi radius putar.

## 2. GERAKAN ROKET

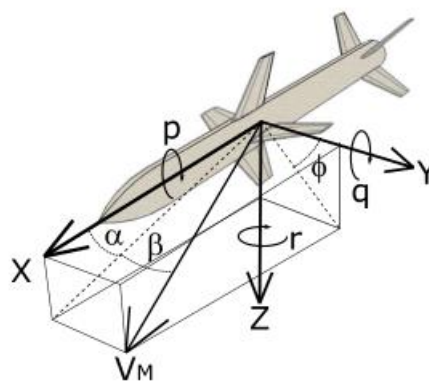
Roket tak berpuntir yang diperhitungkan dalam paper ini adalah axis-simetris seperti tampak dalam Gambar 1. Dua pasang sirip yang diletakkan di sayap belakang digunakan untuk mengendalikan gerakan guling dan angguk dari roket. Untuk pengendalian gerakan guling dan angguk, dinamika sistem longitudinal dan lateral-direksional dari wahana roket harus dikenali terlebih dahulu untuk mengatur seberapa besar kekuatan akselerasi lateral dari roket yang dibutuhkan.

Beberapa kesulitan yang dihadapi dalam memodelkan dinamika sistem dan sistem kendalinya adalah keberadaan non-linearitas dan ketidakpastian nilai yang terjadi terutama ketika terjadi perubahan konstan dalam dinamika sistemnya. Oleh karena itu, beberapa asumsi dideklarasikan untuk melinearisasi modus gerak longitudinal, direksional dan lateral dari model roket kendali MyRock-122. Kecepatan terbang, kecepatan guling, masa dan koefisien aerodinamika dari roket dinyatakan konstan selama periode tertentu.

Dalam strategi belok BTT, sudut *lead angle* adalah sudut antara *x-body* dan posisi target. Sudut ini akan diterjemahkan menjadi perintah guling pada roket untuk membentuk kondisi planar antara rudal dan posisi targetnya, lalu perintah angguk diberikan untuk meminimalisir sudut *lead angle*, mengikuti kaidah *guidance* yang dipilih.

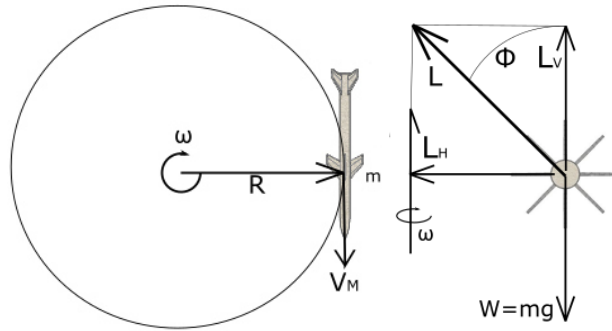
### 2.1. Dinamika Wahana

Sub bagian ini memberikan penjelasan singkat mengenai pemodelan gerakan belok dari sebuah rudal. Model ini menjadi basis dari simulasi lingkungan untuk mengembangkan sebuah teknik pengendali sekaligus untuk penilaian unjuk kerjanya.



Gambar 1. Rudal axis simetris menggunakan metode BTT

Tiga sistem koordinat utama yang digunakan adalah sistem koordinat *body*, sistem koordinat *stability* yang ditransformasi dari sumbu *body* menggunakan sudut serang  $\alpha$ , dan sistem koordinat angin yang ditransformasi dari sumbu *stability* menggunakan sudut *sideslip*  $\beta$ . Variabel penting yang didefinisikan dalam Gambar 1 adalah  $p$ ,  $q$ ,  $r$ , yang merupakan kecepatan putar dari sudut guling, angguk dan belok, dan  $V_M$  (*missile's velocity*) yang merupakan kecepatan total dari rudal.



Gambar 2. Metode bank-to-turn (BTT), guling-untuk-belok

Untuk  $u = V_M$ , persamaan dasar yang digunakan untuk gerakan belok adalah definisi kecepatan putar  $\omega$

$$\omega = \frac{u}{R} = \frac{V_M}{R} \quad (1)$$

dan gaya sentripetal

$$F_{sp} = m.a_{sp} = m.u.\omega = m \frac{u^2}{R} \quad (2)$$

Dari gerakan mengguling, sudut guling  $\Phi$  turut memiringkan gaya angkat *Lift*  $L$  dan diproyeksikan menjadi  $L_V$  (*Lift* vertikal) dan  $L_H$  (*Lift* horizontal).

$$\tan \phi = \frac{L_H}{L_V} = \frac{u\omega}{g} \quad (3)$$

Proyeksi horizontal dari *Lift* yang dimiringkan menjadi gaya sentripetal.

$$\begin{aligned} F_{sp} &= L_H = L \sin \phi \\ W &= L_V = L \cos \phi \end{aligned} \quad (4)$$

Radius putar menjadi

$$R = m \frac{u^2}{L_H} = m \frac{u^2}{L \sin \phi} \quad (5)$$

Sedangkan proyeksi vertikal dari *Lift* adalah  $L_V = L \cos \Phi$ , dengan demikian sudut miring minimum yang diperlukan agar rudal tetap di permukaan horizontal adalah

$$\phi_{\min} = \tan^{-1} \left( \frac{L_H}{W} \right) \quad (6)$$

Gaya angkat *Lift* dibentuk oleh dua sumber *Lift* yaitu  $L_W$  (*Lift due to wing*) dan  $L_{tail}$  (*Lift due to horizontal tail*).

$$L = L_W + L_{tail} = qS(CL_\alpha \alpha + CL_{\delta_e} \delta_e) \quad (7)$$

Hubungan momen angguk dan sudut serang dapat diturunkan sebagai berikut

$$\begin{aligned}
 M &= M_w + M_{tail} \\
 &= qS(CM_\alpha \alpha + CM_{\delta e} \delta e) \\
 &= X_{SM} L_w + L_{tail} l_{tail} \\
 &= qS(X_{SM} CL_\alpha \alpha + l_{tail} CL_{\delta e} \delta e)
 \end{aligned} \tag{8}$$

Dari kondisi setimbang,  $M=0$ ,  $M_w = MHT$ , hubungan antara sudut serang dan defleksi elevator,

$$\begin{aligned}
 X_{SM} CL_\alpha \alpha &= -l_{tail} CL_{\delta e} \delta e \\
 \alpha &= -\frac{l_{tail} CL_{\delta e} \delta e}{X_{SM} CL_\alpha} \\
 \Delta \alpha &= -\frac{\Delta M_{tail}}{qS(X_{SM} CL_\alpha)}
 \end{aligned} \tag{9}$$

Hubungan antara kecepatan sudut angguk dan kecepatan sudut serang membentuk persamaan gerak longitudinal

$$\begin{aligned}
 \sum F_z &= \Delta L = m(\dot{w} + vp - uq) \\
 \frac{\Delta L}{mu} &= \frac{\dot{w}}{u} + \frac{v}{u} p - q = \dot{\alpha} + \beta p - q \\
 q &= \dot{\alpha} + \beta p - \frac{\Delta L}{mu}
 \end{aligned} \tag{10}$$

Untuk menghubungkan kecepatan sudut *pitch* dengan defleksi elevator, persamaan (9) dikombinasikan dengan (10) menjadi

$$\begin{aligned}
 q &= -\frac{\Delta M_{tail}}{qS(X_{SM} CL_\alpha)} + \beta p - \frac{\Delta L}{mu} \\
 &= -\left(\frac{l_{tail} CL_{\delta e} \Delta \delta e}{X_{SM} CL_\alpha} + \frac{(\Delta L_w + \Delta L_{tail})}{mu}\right) + \beta p
 \end{aligned} \tag{11}$$

Notasi minus menandakan arah dari sudut defleksi elevator terbalik dengan arah putar sudut angguk atau *pitch*. Seperti yang tertulis dalam persamaan (11), ada sebuah suku  $\beta p$  yang memperhitungkan keberadaan kecepatan sudut *roll*/guling dan sudut *sideslip* dari samping. Suku ini menunjukkan bagaimana berbahayanya gerakan guling dari sebuah roket ketika terpengaruh juga dengan sudut *sideslip* samping, momen *pitch*/angguk berlebih dan peningkatan nilai *Lift* yang drastis dimana akibatnya adalah gerakan *tumbling*. *Tumbling* adalah gerakan roket tak menentu yang dihasilkan oleh kecepatan angguk dan guling yang tak terkendali.

Dari persamaan (11) tampak jelas bahwa nilai *static margin* yang lebih tinggi atau  $X_{SM}$  yang besar berarti memiliki nilai  $q$  atau kecepatan angguk yang kecil, sebaliknya, nilai jarak lengan ekor  $l_{tail}$  yang besar berarti nilai  $q$  yang membesar.

Dari persamaan gerak untuk mode direksional, hubungan antara *aileron* dan *rudder* dinyatakan sebagai berikut

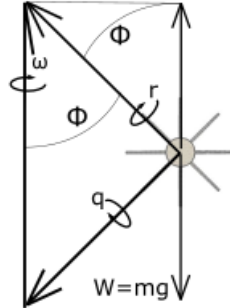
$$\dot{\beta} = p \sin \alpha - r \cos \alpha + Y_\beta \beta + Y_{\delta a} \delta a + Y_{\delta r} \delta r \tag{12}$$

Menilik persamaan (4), terlihat bahwa sesungguhnya untuk kasus belok terkoordinasi, gaya sentripetal dihasilkan dari gaya ke arah samping yang dihasilkan *rudder* atau  $Y_{\delta r} = F_{sp}$ . Untuk kasus BTT,  $L=Z\delta e$  maka

$$Y_{\delta r} = Z_{\delta e} \sin \phi \tag{13}$$

Diasumsikan bahwa tidak ada kecepatan guling/roll,  $p=0$ , dan tidak ada defleksi aileron,  $\delta a=0$ .

$$r = \frac{-\dot{\beta} + Y_{\beta}\beta + Z_{\delta e}\delta_e \sin \phi}{\cos \alpha} \quad (14)$$



Gambar 3. Hubungan rotasi terhadap sumbu benda dengan kecepatan putarnya

Dalam mekanisme belok BTT, untuk mencapai belok dalam sudut geleng atau yaw, rudal harus guling/roll terlebih dahulu, lalu melakukan dongak/pitch.

Untuk sudut guling yang tidak maksimum,  $0 < \phi < 90^\circ$ , dari persamaan (3)

$$\omega = \frac{g}{u} \tan \phi \quad (15)$$

Dan dari Gambar 3,

$$\begin{aligned} r &= \omega \cos \phi \\ q &= \omega \sin \phi \end{aligned} \quad (16)$$

Menggabungkan (15) kepada (16), kecepatan putar pada sumbu benda menjadi

$$\begin{aligned} r &= \frac{g}{u} \sin \phi \\ q &= \frac{g}{u} \cos \phi \end{aligned} \quad (17)$$

Dari (16), terlihat bahwa kecepatan putar geleng / yaw rate 'r' pada dasarnya adalah sebuah kecepatan putar yang terjadi pada sudut guling nol, lalu secara bertahap sudut guling ditingkatkan sehingga kecepatan putar dongak mulai terlibat hingga pitch rate 'q' ini mendominasi putaran horizontal wahana. Persamaan (17) menunjukkan bahwa semakin besar kecepatan ke depan 'u' akan mengurangi nilai kecepatan putar, baik akibat 'r' maupun 'q'.

Untuk putaran yang sepenuhnya horizontal dengan sudut guling atau roll  $\phi \approx 90^\circ$ , maka kecepatan putar sudut geleng  $\dot{\Psi} = r$  dari persamaan (14) menjadi

$$r = \dot{\Psi} = \frac{Z_{\delta e}\delta_e \sin \phi}{\cos \alpha} \approx \frac{Z_{\delta e}\delta_e}{\cos \alpha} = q \quad (18)$$

yang berarti bahwa perputaran direksional diwakili sepenuhnya oleh kecepatan dongak 'q'.

### 3. HASIL SIMULASI

Untuk menampilkan efek dari *static margin* pada trayektori memutar dari wahana roket, sebuah roket kendali berbasis BTT diluncurkan. Pada fase *coasting*, roket digulingkan mendekati 90 derajat, setelah itu elevator didefleksikan dengan sudut maksimum. Sebuah rentang bilangan *static margin* telah dipilih, secara prinsip XCG ditempatkan di depan XCP, secara bertahap dari bilangan besar lalu dikurangi secara bertahap, hingga trayektori terbang menjadi tidak beraturan atau laju wahana menjadi tidak stabil.

Spesifikasi teknis dari roket kendali (rodal) yang diuji adalah sebagai berikut :

**Tabel 1. Spesifikasi teknis roket My-Rock 122 yang menggunakan strategi belok BTT**

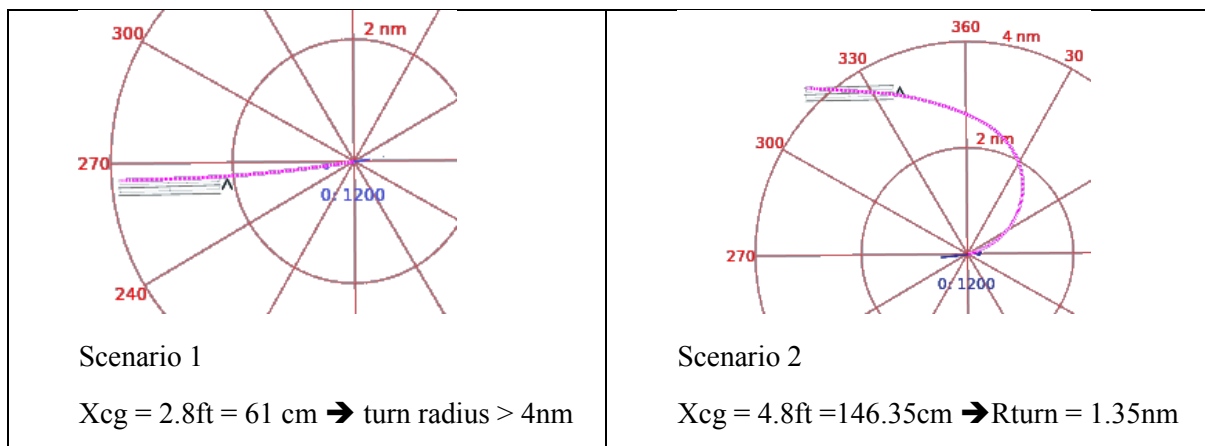
Aspect	Data
<i>Name</i>	My-Rock 122
<i>Calibre</i>	122 mm
<i>Wet Mass (Structure+Propellant+Payload)</i>	62 kg
<i>Dry Mass (Structure+Payload)</i>	12 kg
<i>Mass Ratio</i>	0.19
<i>Thrust</i>	1800 kg
<i>XCP</i>	184 cm
<i>XCG Range</i>	61 cm – 177 cm

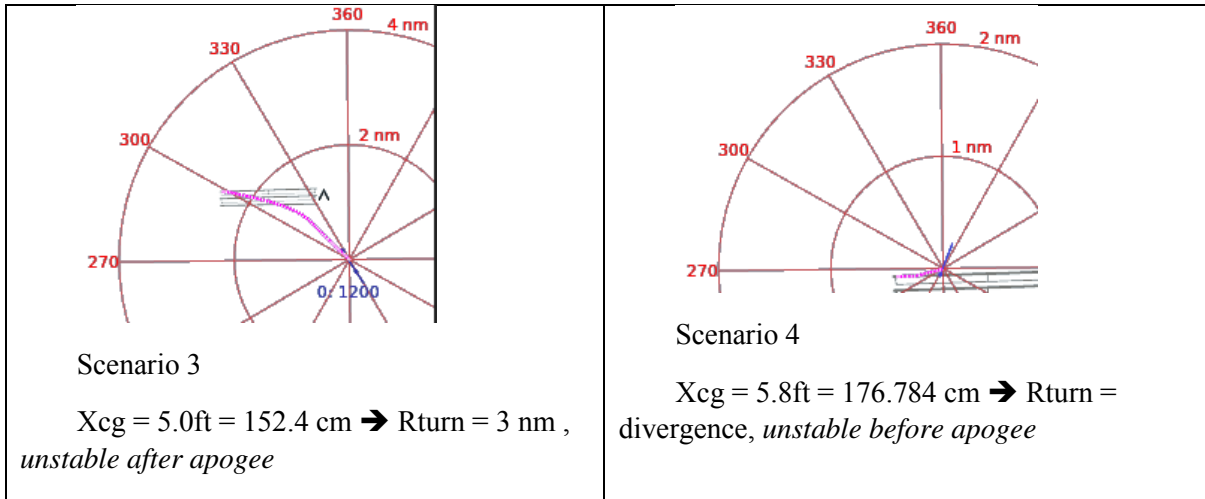
Parameter dari rodal BTT yang divariabelkan ditampilkan dalam Tabel 1. Pertama, perubahan posisi XCG, lalu mengubah *static margin*nya, kemudian sudut serang maksimum yang dapat diraih dan terakhir adalah radius putar sebagai hasil akhirnya. Kolom paling kanan menerangkan karakteristik terbangnya.

**Tabel 2. Skenario uji coba dengan variabel utama XCG (Pusat massa wahana)**

<i>Scenario Number</i>	<i>XCG (from nose)</i>	<i>Static Margin</i>	<i>Maximum Angle of Attack</i>	<i>Turn Radius</i>	<i>Flight Attitude</i>
1	61 cm	123 cm (10 caliber)	7 degree	4.75 nm	<i>Near straight</i>
2	146.35 cm	38 cm (3.1 caliber)	15 degree	<b>1.35 nm</b>	<i>Semi Circular</i>
3	152.4 cm	32 cm (2.6 caliber)	35 degree (Divergent)	2.75 nm	<i>Unstable after apogee</i>
4	176.7 cm	7.3 cm (0.59 caliber)	90 degree (Divergent)	Divergent	<i>Unstable before apogee</i>

Dari tabel tembak yang dilakukan, terlihat bahwa skenario no.2 menghasilkan *static margin* optimal (SM optimal) yaitu 38 cm atau 3.1 caliber (diameter roket) dengan output radius putar terkecil 1.35 nm dan maksimum sudut serang adalah 15 derajat.

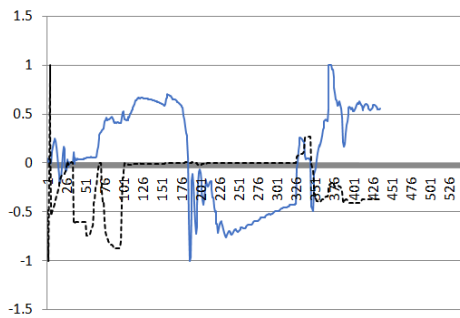




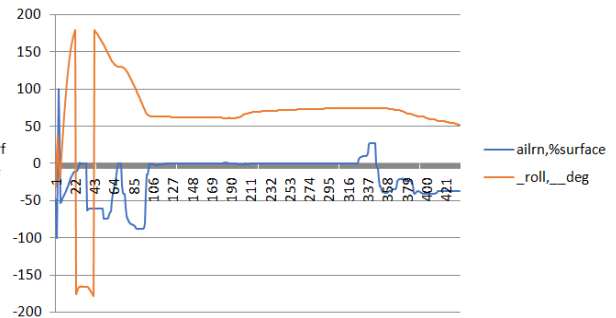
Gambar 4. Proyeksi trayektori pada bidang horizontal

Untuk *static margin* yang bernilai lebih besar dari pada SM optimal (scenario 1), kemampuan beloknya justru menjadi di bawah optimal, wahana roket sukar membelok, terlihat dari turn radius yang lebih besar dari 4 nautical miles. Dan selanjutnya pada skenario 3, di mana SM bernilai lebih kecil daripada SM optimal, kemampuan belok roket tampak lebih baik, namun pada fase terbang setelah apogee roket terbang dalam keadaan tidak stabil, terlihat dari sudut serang (35 derajat) yang lebih besar daripada sudut *stall*-nya. Sudut *stall* wahana dapat diperkirakan terjadi pada sudut 16 derajat, yaitu lebih besar daripada sudut serang maksimum dari yang dihasilkan skenario 2 (SM optimal). Skenario 4 menggunakan SM yang sangat dekat dengan titik netral atau titik pusat gaya tekan (XCP-center of pressure location) di mana  $SM < 1$ , memiliki sikap terbang yang semakin cepat mencapai ketidakstabilan, di mana wahana mengalami *tumbling* pada fase terbang sebelum apogee.

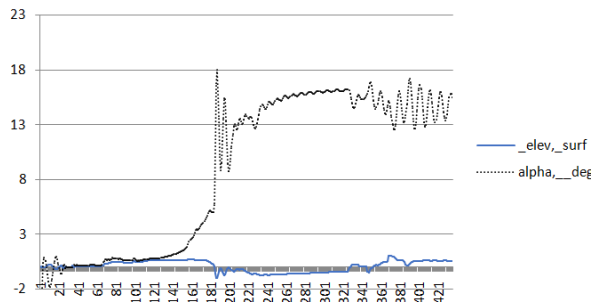
Berikut ini adalah data telemetri dari skenario 2 yang terdiri atas defleksi elevator, defleksi *aileron*, sudut guling dan sudut *heading* atau sudut belok. Data yang digunakan untuk merepresentasikan sumbu-x adalah jumlah data (10 data per detik).



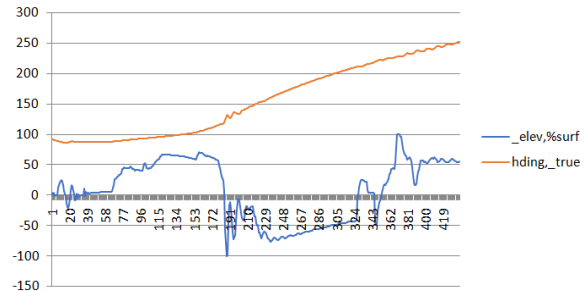
Gambar 5a. Defleksi elevator dan defleksi *aileron* (skala 1)



Gambar 5b. Defleksi *aileron* (skala 100), dan sudut guling (skala derajat)

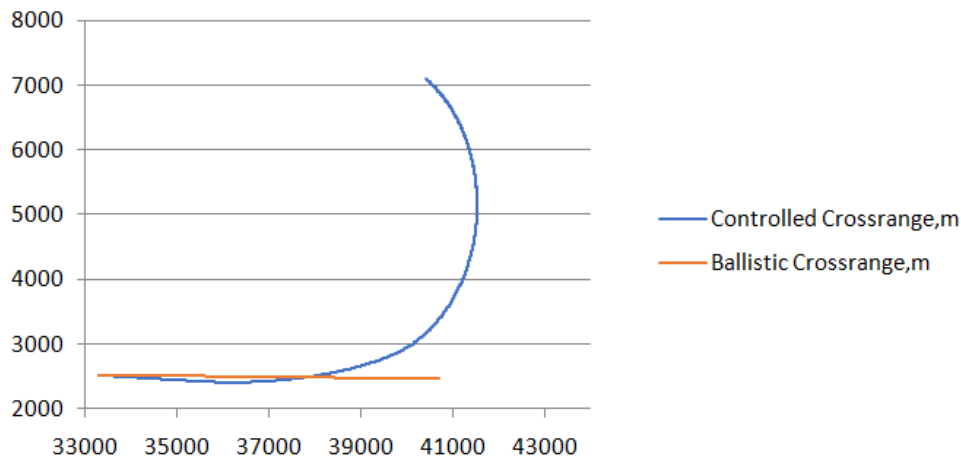


Gambar 5c. Defleksi elevator (skala 1), dan sudut serang alpha (skala derajat)



Gambar 5d. Defleksi elevator (skala 100), dan sudut arah putar/yaw (skala derajat)

Dari Gambar 5 terlihat wahana melakukan perubahan *banking* terlebih dahulu hingga data 106 menggunakan *aileron*, lalu melakukan perubahan arah belok menggunakan elevator hingga data 190, untuk 191 dan selanjutnya dilakukan koreksi kecepatan putar agar sudut serang tidak mengalami *stall*.



**Gambar 6. Proyeksi vertikal trayektori terbang belok wahana My-Rock 122 berbasis BTT, skenario 2, dibandingkan dengan trayektori terbang tanpa kendali.**

Pada Gambar 6, dilakukan perbandingan trayektori terbang antara roket My-Rock 122 yang terbang balistik dengan roket My-Rock 122 yang dikendalikan. Roket balistiknya hanya mampu mencapai *downrange* 7 km, sedangkan roket yang dikendalikan bisa mencapai tempuhan *downrange* 12 km, atau mengalami peningkatan 72%. Percobaan ini menunjukkan keuntungan menggunakan sistem kendali pada sebuah roket terhadap prestasi terbangnya.

#### 4. KESIMPULAN

Dari simulasi yang dilakukan, terlihat besaran radius putar yang dihasilkan roket 122mm menggunakan *strategi* putar BTT. *Strategi* bank-to-turn dikombinasikan dengan sistem kendali PID yang telah dioptimasi mampu membuat roket berputar setengah lingkaran untuk rentang *static margin* yang sangat terbatas. Di luar batas rentang ini, kegagalan utamanya disebabkan adanya *stall* akibat sudut serang dan/atau sudut *sideslip*. Meski demikian, dari rentang *static margin* yang sangat sempit ini, dapat dihasilkan respon sudut alpha dan sudut beta yang baik dan terkendali untuk mode longitudinal maupun direksional.

#### UCAPAN TERIMA KASIH

Kepada Wijaya Dewi Wuri Handayani, penulis mengucapkan terima kasih atas diskusi teknis dan dukungan logistiknya. Terima kasih juga kepada LAPAN PUSTEKROKET dan Bapak Sutrisno, MSi. atas izin dan dukungan terhadap presentasi ini. Juga kepada Tim SIPTEKGAN 2018 atas *review* dan *comment* yang sangat berharga.

#### PERNYATAAN PENULIS

Penulis menyatakan bahwa paper ini belum pernah dipublikasikan dan belum pernah dipublikasikan di manapun serta tidak mengandung unsur plagiat di dalamnya.



## DAFTAR PUSTAKA

- [1] Theis, J., Ossmann, D., Thielecke, F., & Pfifer, H. (2018). Robust autopilot design for landing a large civil aircraft in crosswind ☆. *Control Engineering Practice*, 76(April), 54–64. <https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2018.04.010>
- [2] Ilg, Dean M. (2008). *Guidance, Navigation, and Control for Munitions*, (May). Drexel University
- [3] Ra, C., Kim, S., & Suk, J. (2013). Adaptive sliding mode autopilot design for skid-to-turn missile model with uncertainties. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 15(6), 2733–2743. <https://doi.org/10.1007/s12555-016-0497-5>
- [4] Bryson, J. T., Vasile, J. D., Celmins, I., & Fresconi, and F. E. (2018). Approach for Understanding Range Extension of Gliding Indirect Fire Munitions. <https://doi.org/10.2514/6.2018-3158>
- [5] Garcia, A. and Silveira, G. (2015). "Proposal of *Static Margin* Limit during Launch Phase for the VS-30 Orion Sounding Rocket," *SAE Technical Paper* 2015-36-0160, 2015, <https://doi.org/10.4271/2015-36-0160>.
- [6] C.P., H., & Tran, H. (2015). Sounding Rocket Fin Design to Mitigate *Roll Lock-In*. *IEEE Aerospace Conference*. <https://doi.org/10.1109/AERO.2015.7119025>
- [7] J, C. (1997). Tactical missile autopilots : Gain-scheduled H ( infinity ) control and dynamic inversion. PhD Dissertation. Aerospace Engineering. University of Michigan. Page 5
- [8] Siniarev, V. I., & B., F. G. (1959). *Introduction to Rocket Technology*. Academic Press, Inc. New York. Page 275
- [9] Yang, D., Xiong, Y., Ren, Q., & Wang, X. (2017). Nutation instability of spinning solid rocket motor spacecraft. *Chinese Journal of Aeronautics*, 30(4), 1363–1372. <https://doi.org/10.1016/j.cja.2017.06.005>
- [10] de Celis, R., Cadarso, L., & Sánchez, J. (2017). *Guidance* and control for high dynamic rotating artillery rockets. *Aerospace Science and Technology*, 64(January), 204–212. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2017.01.026>