

PENGARUH SINGULARITY PADA ALGORITMA INERTIAL NAVIGATION SYSTEM MENGGUNAKAN METODE EULER DAN QUATERNION

(SINGULARITY EFFECT ON INERTIAL NAVIGATION SYSTEM ALGORITHM USING EULER AND QUATERNION METHOD)

Romi Wiryadinata¹, Sri Kliwati², Endro Artono², Salman², Wahyuni Martiningsih¹

¹SINKEN Research Group

Teknik Elektro, Fakultas Teknik, Universitas Sultan Ageng Tirtayasa,
Jl. Jend. Sudirman, km 03, Kota Cilegon, Banten, Indonesia, 42435.
romi@wiryadinata.web.id, yuni_elektro@yahoo.com

²Lab. Kendali dan Telemetri, PUSTEKROKET, LAPAN

Jl. Raya Lapan-Rumpin, Tarogong, Bogor, Indonesia.
sri_kliwati@yahoo.com, e_art57@yahoo.com, salman.kyn@gmail.com

Abstrak

Metode Euler dan Quaternion adalah matrik yang digunakan untuk mentransformasi translasi dan rotasi dari kerangka acuan benda ke kerangka acuan navigasi atau inersia. Metode ini digunakan pada algoritma Inertial Navigation System (INS) untuk mentransformasi kecepatan sudut kerangka benda ke kerangka navigasi. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan metode Euler dan Quaternion pada algoritma INS agar dapat ditentukan metode yang sesuai untuk digunakan pada sistem navigasi seperti robot, aeromodeling, UAV (Unmanned Aerial Vehicle) maupun roket. Perbandingan dilakukan dengan membangkitkan data simulasi dengan variasi frekuensi sebagai perbedaan data keluaran dari sensor, untuk mengamati pengaruh singularity. Hasil perbandingan membuktikan bahwa metode Euler walaupun memiliki masalah singularity, tetapi memiliki persamaan yang sederhana. Sedangkan metode Quaternion memiliki persamaan yang sulit dan rumit tetapi dapat mengatasi masalah singularity. Metode Euler memiliki persamaan yang mudah dipahami (trigonometri) tetapi memiliki masalah singularity. Metode Quaternion tidak memiliki masalah singularity tetapi persamaan yang digunakan cukup rumit, imajiner, dan terdapat unwinding yang akan mempengaruhi pada sistem kendali. Jika algoritma ini digunakan untuk sistem yang membutuhkan pengendali seperti roket, maka metode Euler lebih cocok digunakan, tetapi dengan menambahkan teknik khusus untuk mengatasi masalah singularity pada saat sudut pitch disekitar 90°.

Kata kunci: Inertial Navigation System, Singularity, Unwinding, Euler, Quaternion.

Abstract

Euler and Quaternion method is matrix that is used to transform the translation and rotation of the body frame to inertial or navigation frame. This method is used on Inertial Navigation System (INS) algorithm to transform the angular velocity of the body frame to navigation frame. This try to compare the methods of Euler and Quaternion on INS algorithms that can be determined apposite methods used in navigation systems such as robots, aero modeling, UAV (Unmanned Aerial Vehicle) and rockets. Comparison undertaken by generating simulated data with frequency variation as the difference data output from the sensor, to observe the effect of singularity. The simulation results show that the method of Euler despite having singularity. However, it has a simple equation. Whereas, Quaternion method has a difficult and complicated equations but can solve the singularity problem. Euler method equation are easy to understand (trigonometry) but there is a singularity problem. Quaternion method does not have a singularity problem but the equations used complex, imaginary, and there is unwinding affecting the control system. If the algorithm is used to control system like a rocket, thus the Euler method is more appropriate to use, but by adding a special technique to fix the singularity problem during around the pitch angle of 90°.

Key word: Inertial Navigation System, Singularity, Unwinding, Euler, Quaternion.

1. PENDAHULUAN

Perkembangan elektronika dan teknologi informasi mengenalkan suatu sistem navigasi berbasis satelit yang dikenal dengan nama GPS (*Global Positioning System*) [1][2]. Kendaraan, aeromodeling, UAV (*Unmanned Aerial Vehicle*), pesawat komersial, helikopter, pesawat tempur, rudal dan lainnya, saat ini telah menggunakan sistem navigasi berbasis sensor elektronik dengan ukuran yang relatif kecil

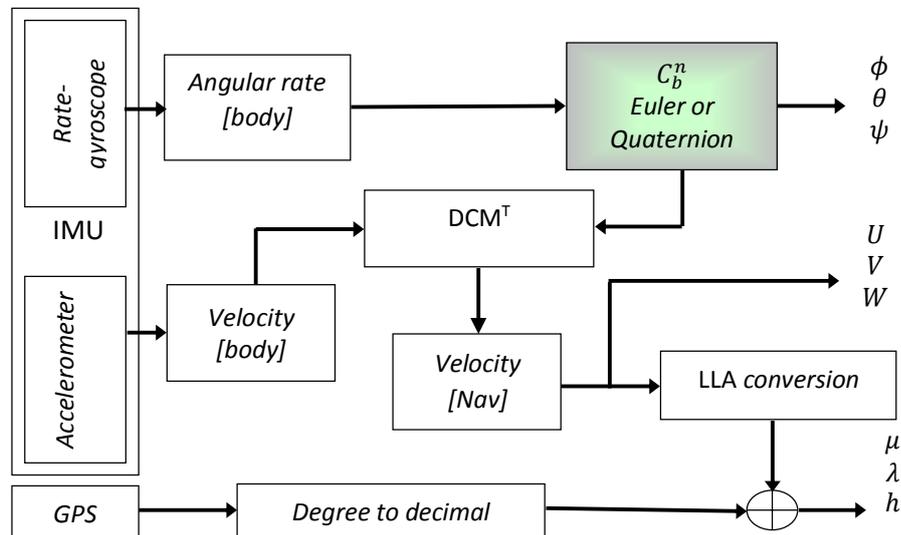
[3][4][5]. Sensor pada sistem navigasi biasa disebut dengan IMU (*Inertial Measurement Unit*) menghasilkan data berupa percepatan dan kecepatan sudut yang kemudian diproyeksikan oleh benda atau *body* terhadap poros koordinat bumi untuk mendapatkan data navigasi.

Sistem navigasi umumnya dikembangkan untuk teknologi dan penelitian bidang *aeromodeling*, robotika, pemetaan, penentuan lokasi, dll. [6]. Pada sistem navigasi, sensor dinamik *accelerometer* dan *gyroscope* digunakan untuk mengetahui posisi, kecepatan, dan rotasi benda bergerak [7]. Algoritma yang digunakan pada sistem navigasi disebut dengan INS (*Inertial Navigation System*). Algoritma INS menggunakan prinsip dasar hukum Newton dan membutuhkan satu kerangka/*frame* dari semua data navigasi yang ada, yaitu *3-axis* data rotasi, dan *3-axis* data translasi [8]. Produk IMU dan INS yang memiliki ketelitian sangat tinggi harganya mahal, selain itu tidak digunakan dan tidak diperjual belikan untuk kepentingan komersil [9].

Pada algoritma INS model *strapdown*, orientasi sikap (*roll*, *pitch*, dan *yaw*) kerangka koordinat direpresentasikan dengan matriks transformasi *Euler* dan *Quaternion*. Metode *Euler* memiliki kelemahan *singularity* ketika sudut *pitch* mendekati 90° . Kekurangan dari matriks transformasi *Euler* yang digunakan untuk mengetahui lintasan gerak atau terbang peluru [10]. Masalah *singularity* metode *Euler* dengan metode diselesaikan dengan *Gamma Matrix* untuk kendaraan swatantra (*autonomous*) [11]. *Singularity* diatasi dengan matriks transformasi metode *Quaternion* [12][13]. *Euler* memiliki persamaan matematis yang sederhana dan biasa digunakan untuk navigasi kendaraan (seperti pesawat terbang dan peluru kendali) [14]. Penelitian lainnya tetap menggunakan metode *Euler*, *singularity* pada penelitiannya diatasi dengan meng-*inverse*-kan matriks transformasinya, Parameter yang diperoleh pada akhir metode *Quaternion* akan ditransformasikan kembali menjadi sudut dengan matriks transformasi *Euler* [15]. Dari beberapa penelitian tersebut, maka penelitian ini bertujuan untuk membandingkan dan mengetahui karakteristik metode *Euler* dan metode *Quaternion* pada sistem navigasi inersia, untuk dapat dimanfaatkan sebagai acuan sebelum dilakukan ujicoba secara *realtime* pada robot, kendaraan, roket, atau sistem lain yang menggunakan sistem navigasi.

2. ALGORITMA INS METODE EULER DAN QUATERNION

Langkah pertama pada penelitian ini adalah merancang IMU sederhana untuk pengambilan data dari *accelerometer* dan *rate-gyroscope*. Keluaran sensor dibaca melalui *serial port* dan diolah menggunakan Matlab. Proses algoritma dapat dilihat pada (Gambar 2-1) berikut.



Gambar 2-1 Blok diagram algoritma *inertial navigation system* [15]

Fokus penelitian ini terdapat pada matriks transformasi untuk sudut rotasi C_b^n dengan membandingkan metode *Euler* dan *Quaternion* untuk mengetahui pengaruh terhadap keluaran algoritma INS. Matriks transformasi metode *Euler* terdapat pada Pers. (1) [16][4],

$$C_b^n(Euler) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi \\ 0 & \sin \phi \sec \theta & \cos \phi \sec \theta \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Setelah diperoleh nilai C_b^n kemudian menghitung nilai sudut rotasi *Euler* ($\dot{\Phi}_{Euler}$) Pers. (2)[16],

$$\dot{\Phi}_{Euler} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = C_b^n \bar{\omega}. \quad (2)$$

Nilai $\dot{\Phi}_{Quaternion}$ menggunakan variabel lebih banyak. Tetapi tidak menggunakan fungsi trigonometri, sehingga pada metode ini tidak pernah terjadi *singularity* pada sudut *pitch* 90° . $\dot{\Phi}_{Quaternion}$ diperoleh menggunakan Pers. (3), dengan *gain* $\varepsilon = 1 - \|Q\|$ [4][5],

$$\dot{Q} = \frac{1}{2} Q \cdot Q + K\varepsilon \cdot Q, \quad (3)$$

Matrik Q dituliskan secara lengkap pada Pers. (4) [17][18].

$$Q = \begin{bmatrix} 0 & -p & -q & -r \\ p & 0 & r & -q \\ q & -r & 0 & p \\ r & q & -p & 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Q adalah vektor kolom $[q_0 \ q_1 \ q_2 \ q_3]^T$ dan Q adalah matrik representasi sudut menggunakan empat parameter *Quaternion* (*skew symmetric marix*) dari data kecepatan sudut TAK benda. K adalah konstanta pengali agar nilai *norm* Q Pers. (5) tidak sama dengan nol

$$\|Q\| = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2. \quad (5)$$

Konstanta K diberikan nilai sama dengan satu. Selanjutnya adalah normalisasi parameter *Quatetrnion* yang dihitung menggunakan Pers. (6),

$$\hat{n} = \frac{Q}{\sqrt{\|Q\|}}, \quad (6)$$

\hat{n} dan Q adalah masing-masing parameter *Quaternion* q_0 , q_1 , q_2 , dan q_3 , dalam bentuk lain dituliskan pada Pers. (7),

$$q_0 = \frac{q_0}{\sqrt{\|Q\|}}, \quad q_1 = \frac{q_1}{\sqrt{\|Q\|}}, \quad q_2 = \frac{q_2}{\sqrt{\|Q\|}}, \quad q_3 = \frac{q_3}{\sqrt{\|Q\|}}. \quad (7)$$

Empat parameter *Quaternion* diubah menjadi sudut rotasi (Φ) menggunakan DCM (*Direct Cosine Matrix*) C_b^n untuk memperoleh nilai pada kerangka navigasi. DCM metode *Euler* terdapat pada Pers. (8) [17],

$$C_b^n = \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & -\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \sin \theta \cos \psi & \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \sin \theta \cos \psi \\ \cos \theta \sin \psi & \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \theta \sin \psi & -\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \theta \sin \psi \\ -\sin \theta & \sin \phi \cos \theta & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Sedangkan metode *Quaternion* terdapat pada Pers. (9) [17][18].

$$C_b^n = \begin{bmatrix} (q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2) & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & (q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & (q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2) \end{bmatrix}. \quad (9)$$

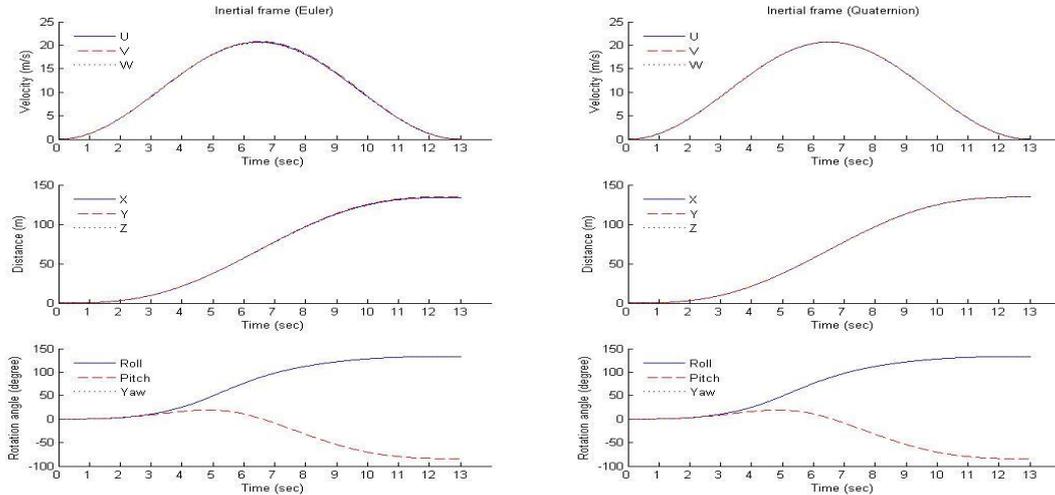
DCM *Euler* dapat dihitung setelah nilai transformasi sudut diketahui, tetapi DCM *Quaternion* akan lebih sederhana jika diselesaikan terlebih dahulu. Sehingga nilai indeks matriks DCM akan digunakan kembali untuk menghitung $\Phi_{Quaternion}$ seperti terdapat pada Pers. (10).

$$\begin{bmatrix} \phi \\ \theta \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tan^{-1} \frac{2(q_0q_1 + q_2q_3)}{1 - 2(q_1^2 + q_2^2)} \\ \sin^{-1} 2(q_0q_2 - q_3q_1) \\ \tan^{-1} \frac{2(q_0q_3 + q_1q_2)}{1 - 2(q_2^2 + q_3^2)} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Sampai dengan langkah Pers. (10), maka kedua metode dapat dibandingkan dan diketahui karakteristik terhadap *singularity*.

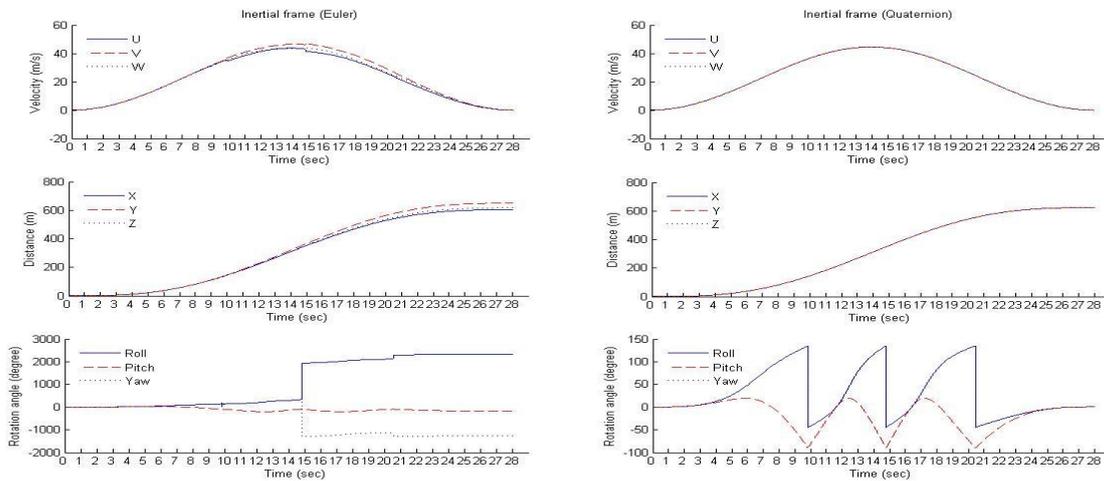
3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Simulasi dilakukan dengan membangkitkan data sinus pada Matlab dengan frekuensi masing-masing senilai 1 Hz (Gambar 3-1). Grafik pada kolom sebelah kiri adalah keluaran dari metode *Euler* dan kolom pada sebelah kanan adalah keluaran metode *Quaternion*. Simulasi ini terlihat belum adanya nilai *singularity* sehingga kedua metode memiliki pola yang sama. Nilai pada metode *Euler* sumbu translasi memiliki selisih ditengah pengukuran disebabkan karena pengaruh ketelitian pada data trigonometri dari sumbu rotasi.



Gambar 3-1 Grafik data rotasi dan translasi tanpa *singularity*

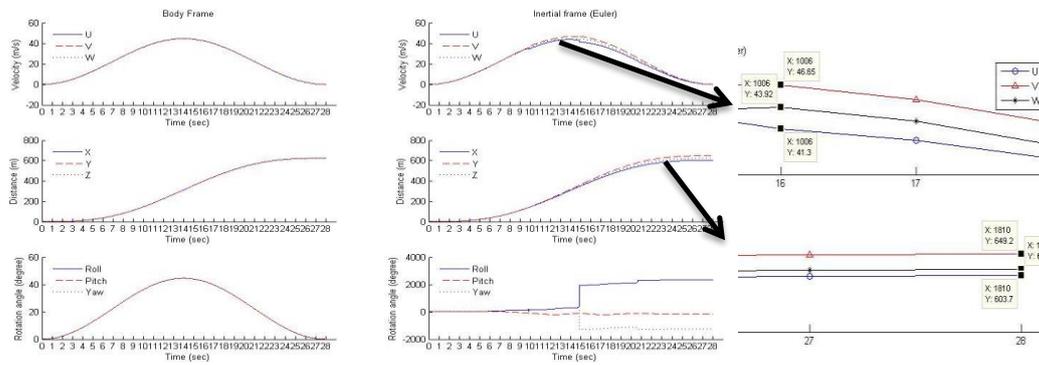
Simulasi berikutnya masih dengan frekuensi 1 Hz tetapi dengan waktu pengukuran yang lebih lama. Terlihat bahwa pada metode *Euler* (Gambar 3-2) kolom kiri, *singularity* terjadi pada saat sumbu θ (*pitch*) disekitar $\frac{\pi}{2}$ atau 90° .



Gambar 3-2 Grafik data rotasi dan translasi setelah terjadi *singularity*

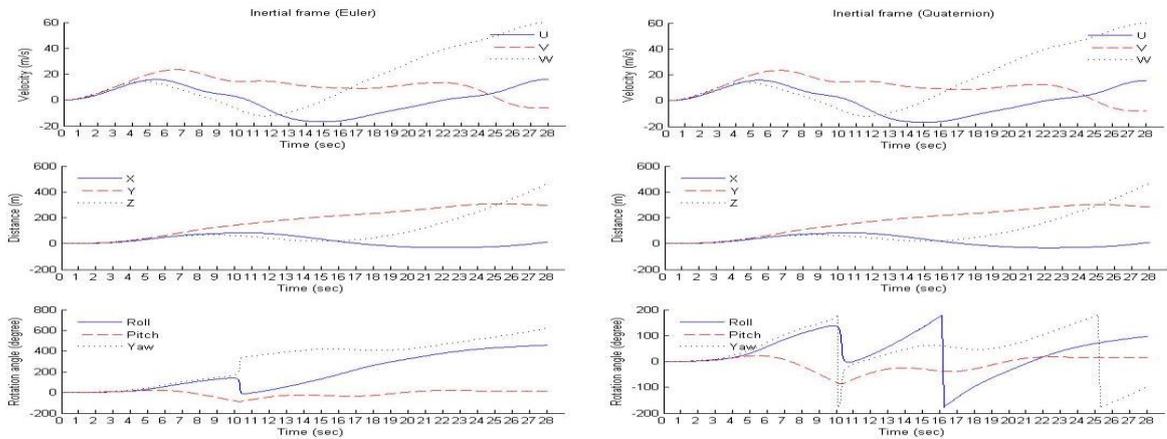
Singularity pada sumbu θ mempengaruhi sumbu rotasi yang lain juga termasuk sumbu translasi. Pada metode *Quaternion* (Gambar 3-2) kolom kanan, pada saat sudut θ mendekati $\frac{\pi}{2}$ nilai tersebut kemudian dilakukan pembalikan pada arah yang berlawanan. Nilai yang mendekati π atau 180° dibalik menjadi $-\pi$, sehingga tidak ada nilai pada sumbu ϕ (*roll*) dan ψ (*yaw*).

Jika dibandingkan antara kerangka acuan benda dan kerangka acuan navigasi metode *Euler*, maka diperoleh pola yang sangat berbeda (Gambar 3-3). Terlihat pada kecepatan kerangka navigasi U yang sejajar sumbu- x dan W yang sejajar sumbu- z tidak berada pada satu titik nilai yang sama mulai pada detik ke-9 pada saat sudut θ mendekati $\frac{\pi}{2}$, θ sama dengan $\frac{\pi}{2}$ terjadi pada detik ke-16 pada saat sinus mencapai puncak gelombang. Lonjakan menuju tak hingga terjadi hingga mencapai nilai 2000° . Nilai selisih kecepatan terbesar berada pada data ke-16 dengan $U = 41,3$ m/s, V dan $W = 46,65$ m/s. Pada nilai posisi, selisih terbesar terjadi pada akhir data pengukuran detik ke-28. Posisi sumbu $x = 603,7$ m, sumbu y dan $z = 617$ m.



Gambar 3-3 Perbandingan kerangka acuan benda dan kerangka acuan navigasi metode *Euler*

Simulasi berikutnya (Gambar 3-4) adalah dengan memvariasikan frekuensi yang terjadi pada masing-masing sumbu keluaran sensor. Frekuensi sumbu *accelerometer* (a_x, a_y, a_z) adalah 2 Hz, 2,5 Hz, dan 3 Hz, sedangkan *rate-gyroscope* ($\omega_x, \omega_y, \omega_z$) adalah 1 Hz, 1,5 Hz, dan 2 Hz.



Gambar 3-4 Grafik data rotasi dan translasi dengan variasi data *input*

Dari grafik percobaan pada (Gambar 3-4) pada kolom sebelah kiri hasil keluaran metode *Euler*, nilai sudut ϕ dan ψ mencapai lebih dari 400° yang hingga melebihi satu putaran 2π . Sedangkan pada metode *Quaternion* semua nilai dibatasi sampai dengan nilai π saja. Hal ini dapat mengatasi masalah yang terjadi pada metode *Euler* akan tetapi dapat berakibat perubahan yang signifikan pada sistem kendali karena harus berbalik dari sumbu positif ke negatif dan juga sebaliknya. Nilai pada data rotasi dan translasi (kecepatan dan jarak) dari percobaan di atas ditampilkan dalam bentuk (Tabel 3-1) sebagai berikut.

Tabel 3-1 Nilai perbandingan metode *Euler* dan *Quaternion* menggunakan variasi data input

Sumbu translasi		<i>Euler</i>	<i>Quaternion</i>	Selisih
Kecepatan (m/s)	U	15,57	15,9	0,33
	V	-7,92	-6,15	1,77
	W	59,72	59,84	0,12
Jarak(m)	X	8,65	11,56	2,91
	Y	264,9	296,7	31,8
	Z	459,8	463,5	3,7

Dari tabel di atas, kecepatan memiliki selisih kurang dari 2 m/s dan jarak memiliki selisih 3 m sampai 31 m. Selisih terkecil pada kecepatan dapat mencapai 0,12 m/s dan pada jarak mencapai 2 m. nilai selisih ini membuktikan bahwa metode *Euler* dan *Quaternion* memiliki kekurangan dan kelebihan masing-masing dan dapat digunakan untuk keperluan yang berbeda. Sistem yang membutuhkan data rotasi yang melebihi satu putaran dan terdapat sistem kendali dapat menggunakan metode *Euler*, tetapi dengan memberikan trik khusus pada sumbu θ agar tidak terjadi *singularity*. Sedangkan sistem yang hanya membaca data navigasi tanpa menggunakan sistem kendali secara *close loop* dapat menggunakan metode *Quaternion*.

4. KESIMPULAN

Metode *Euler* memiliki persamaan yang mudah dipahami (trigonometri) tetapi memiliki masalah *singularity*, sedangkan metode *Quaternion* tidak memiliki masalah *singularity* tetapi persamaan yang digunakan cukup rumit dan imajiner. Penggunaan salah satu dari metode disesuaikan dengan kebutuhan dari sistem navigasi yang akan digunakan tetapi harus memiliki prosesor yang berkecepatan tinggi. Metode *Quaternion* cocok digunakan untuk sistem navigasi yang hanya membaca data navigasi saja, karena masih memiliki efek *unwinding* yang berpengaruh pada sistem kendali. Jika digunakan untuk sistem yang membutuhkan pengendali seperti roket, maka metode *Euler* dapat digunakan dengan menambahkan teknik khusus untuk mengatasi masalah *singularity* pada saat sudut *pitch* disekitar 90° . Penelitian berikutnya dapat dikembangkan sebuah metode *Euler* yang kompleks agar tidak terjadi *singularity* maupun *unwinding*, sehingga nantinya dapat digunakan sebagai sistem navigasi algoritma INS untuk roket kendali.

DAFTAR PUSTAKA

- 1) Gautier, J.D., *GPS/INS Generalized Evaluation Tool (GIGET) for The Design and Testing of Integrated Navigation Systems*, Doctoral Disertation, Departement of Aeronautics and Astronautics, Stanford University, California, 2003.
- 2) Roth, G.L. *Integrated GPS/eLoran Systems*, The Fifth ICNS, Fairfax, Virginia, 2005,.
- 3) Hasan, A.M., K. Samsudin, A.R. Ramli, R.S. Azmir, S.A. Ismaeel, *A Review of Navigation System (Integration and Algorithm)*, Australian Journal of Basic and Applied Sciences, Vol. 3, No. 2, 2009.
- 4) Mangiacasale, L., *Flight Mechanics of a u-Airplane with a MATLAB Simulink Helper*, Edizioni Liberia CLUP, Milan, Italy, 1998.
- 5) Stevens, B.L. dan F.L. Lewis, *Aircraft Control and Simulation*, John Wiley and Sons, New York, 2003.
- 6) Ding, W., J. Wang, C. Rizos, *Improving Adaptive Kalman Estimation in GPS/INS Integration*, *The Journal of Navigation*, Vol. 60, No. 3, 2007.
- 7) Hjortsmarker, N., *Experimental System for Validating GPS/INS Integration Algorithm*, Master Thesis, Lulea University of Technology, Kiruna, Moscow, Russia, 2005.
- 8) Siouris, G.M., *Missile Guidance and Control Systems*, Springer-Verlag Inc., New York, 2004.
- 9) Salychev, O.S., *Applied Inertial Navigation: Problems and Solution*, BMSTU Press, Russia, 2004.
- 10) Ang, M.H. dan V.D. Tourassis, *Singularities of Euler and Roll-Pitch-Yaw Representations*, IEEE Trans. on Aerospace and Electronic System, College of Engineering and Applied Science, The University of Rochester, New York, 1986.

- 11) Kelly A., *A 3D State Space Formulation of a Navigation Kalman Filter for Autonomous Vehicles*, Research Report, The Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pennsylvania, 1994.
- 12) Walchko, K.J. dan P.A.C. Mason, *Inertial Navigation*, The Florida Conference on Recent Advances in Robotics, Florida, 2002.
- 13) Walchko, K.J., M.C. Nechyba, E. Schwartz, A. Arroyo, *Embedded Low Cost Inertial Navigation System*, The Florida Conference on Recent Advances in Robotics, USA, 2003.
- 14) Gustafson, C., *A Study of Sensory-based Control and Mechatronic Systems for Hybrid Rocket Operation*, Master Thesis, Lulea University of Technology, Kiruna, Moscow, Russia, 2005.
- 15) Wiryadinata R., O. Wahyunggoro, W. Widada, Sunarno, M.I. Santoso, *Modification of Strapdown Inertial Navigation System algorithm for Rocket Flight Test*, Journal of Theoretical and Applied Information Technology (JATIT), Vol. 72, No.2, Pakistan, 2015.
- 16) Kumar V., *Integration of Inertial Navigation System and Global Positioning System using Kalman Filter*, Master Thesis, Dept. Of Aerospace Engineering, Indian Institute of Technology, Mumbai, 2004.
- 17) Titterton, D.H. dan J.L. Weston, *Strapdown Inertial Navigation System—Second Edition*, The Institution of Electrical Engineer, USA, 2004.
- 18) Hanson, A.J., *Visualizing Quaternion*, Elsevier, San Fransisco, 2006.