

## KALKULASI DENSITAS UDARA BERDASARKAN EMPAT BESARAN-PENGARUH DAN DAMPAKNYA PADA KOMPARASI DUA ANAK-TIMBANGAN BERBEDA MATERIAL

Oleh:  
Entjie Mochamad Sobich \*

### Abstrak

*Pada penimbangan komparatif dua anak-timbangan dari material berbeda maka efek gaya-angkat udara Nilai dari factor ini dapat signifikan khususnya apabila anak-timbangan yang dikomparasikan dengan kelas yang berketelitian tinggi. Gaya-angkat udara sebenarnya volume udara yang dipindahkan oleh benda, dalam hal ini adalah anak-timbangan, artinya : untuk volume dari anak-timbangan yang semakin berbeda, semakin signifikan dampak dari gaya-angkat udara.*

*Makalah ini membahas penimbangan komparatif dari anak-timbangan 1 kg dari material baja, dengan anak-timbangan 1 kg dari material Platinum-Iridium (Pt-Ir). Anak-timbangan dari material baja akan memiliki volume sekitar  $124,0526 \text{ cm}^3$  sedangkan anak-timbangan dari Platinum-Iridium memiliki volume sekitar  $46,4165 \text{ cm}^3$ . Diawali dengan melakukan kalkulasi densitas udara berdasarkan pada formula Giacomo dengan mempertimbangkan empat factor dalam udara, yaitu : suhu, barometer, kelembaban dan kadar  $\text{CO}_2$  didapatkan nilai  $1,17278 \text{ mg/cm}^3$ . Nilai ini berdampak pada terjadinya efek gaya-angkat udara sebesar  $91,050 \text{ mg}$  dengan ketidakpastian sebesar  $1,7 \mu\text{g}$ .*

*Kata kunci : densitas udara, empat besaran-pengaruh pada udara, gaya-angkat, anak-timbangan, pengukuran komparatif*

### Abstract

*At comparative weighing of two weights of different material there is an effect of air buoyancy. Value of this factor can be so significant especially when the weights to be compared having high accuracy class. The buoyancy itself actually the displaced volume of air by the object, i.e. the weights, so the more different the volume of the weights, more higher the significance of effect of the buoyancy.*

*This paper describes comparative weighing of 1 kg weight of steel to be compared to 1 kg weight of Platinum-Iridium. The steel weight will having volume about  $124.0526 \text{ cm}^3$ , and the Platinum-Iridium weight having volume  $46.4165 \text{ cm}^3$ . At first, density of air calculated by Giacomo's formula by taking into account four factors of air : temperature, barometer, humidity, and  $\text{CO}_2$  content there got  $1.17278 \text{ mg/cm}^3$ . This value affected to the air buoyancy of  $91.050 \text{ mg}$  and the uncertainty  $1.7 \mu\text{g}$ .*

*Key words: air density, four affected factors of air, buoyancy, weight, comparison measurement,*

## 1. PENDAHULUAN

Apabila anak-timbangan dari material baja (densitasnya sekitar  $7900 - 8000 \text{ kg.m}^{-3}$ ) dengan akurasi tinggi hendak dikalibrasi dengan cara membandingkannya terhadap kilogram prototype yang kita ketahui densitasnya sebesar  $21500 \text{ kg.m}^{-3}$  maka diperlukan balans yang sangat presisi dengan kepresisian mencapai  $1\text{g}$  untuk boleh digunakan. Untuk menjangkau tingkat ketelitian yang sangat tinggi ini maka hendaknya bisa dijangkau koreksi gaya-angkat udara dengan ketelitian relatif sebesar  $1 \times 10^{-5}$ . Oleh karena koreksi gaya-angkat udara ditentukan dari beda nilai volume antara anak-timbangan dikalikan dengan densitas udara maka kedua pengukuran perlu ditentukan dengan akurasi yang sama.

Giacomo<sup>[1]</sup> sebagai anggota CGPM, sebuah komisi berkaitan dengan litbang masalah Satuan dan Penimbangan di BIPM (Bureau International des Poids et Mesures) telah merekomendasikan sebuah formula untuk menentukan densitas dari udara. Nampaknya lab-lab kalibrasi massa nasional banyak yang sepakat menggunakan formula ini termasuk Pusat Penelitian Kalibrasi, Instrumentasi dan Metrologi - Lembaga Ilmu Pengetahuan Indonesia. Persamaan untuk densitas udara sesungguhnya tidak hanya memerlukan nilai masukan dari suhu, tekanan, kelembaban relatif dari udara sekitar tetapi

---

\*Peneliti Puslit KIM-LIPI Puspipstek Serpong

juga fraksi mole dari kandungan CO<sub>2</sub> di udara. Jika variasi konsentrasi CO<sub>2</sub> di udara sering tidak dipertimbangkan hal ini dikarenakan alasan bahwa nilainya berdampak tidak signifikan.

Makalah ini membahas tentang formula serta data numerik empat besaran-pengaruh pada penentuan densitas udara dan hasil-hasil numeriknya dianalisis untuk kemudian digunakan pada penentuan nilai koreksi gaya-angkat udara pada penimbangan dua anak-timbangan dari dua material yang sangat berbeda densitasnya. Dan ini terjadi justru jika satu anak-timbangan adalah anak-timbangan prototype 1 kg yang kita ketahui bersama karena terbuat dari material Platinum-Iridium yang nilai densitasnya sekitar 21500 kg.m<sup>-3</sup> sedangkan anak-timbangan dari bahan baja akan memiliki densitas sekitar 8000 kg.m<sup>-3</sup>. Angka-angka tersebut berdampak pada perbedaan volume yang signifikan dan pada akhirnya berdampak pada pentingnya memberikan perhitungan koreksi gaya-angkat udara pada proses penimbangan komparatif dua anak-timbangan dengan material berbeda ini.

## 2. TEORI DASAR

### 2.1. Koreksi Gaya-angkat Udara

Bahwa pernah terpikir untuk melakukan penimbangan anak-timbangan di vakum, namun kemudian dikhawatirkan terjadinya evaporasi permukaan yang mengakibatkan terjadinya pengurangan massa dari anak-timbangan. Tentu ini tidak diharapkan terjadi khususnya jika yang ditimbang adalah anak-timbangan prototype yang nilainya diharapkan konstan tidak berubah. Maka, disepakati untuk tetap melakukan penimbangan di udara dengan konsekuensi bahwa penimbangan akan selalu dipengaruhi oleh gaya-angkat udara sekitar.

Menurut Archimedes, gaya-angkat udara adalah sama dengan bobot udara yang dipindahkan oleh anak-timbangan oleh anak-timbangan dengan volume yang sama. Sedangkan bobot atau berat adalah sama dengan massa kali percepatan gravitasi. Pada penentuan massa dari sebuah anak-timbangan menggunakan balans sama-lengan, formula perhitungannya adalah sebagai berikut [2] :

$$l_1(m_R g_{l1} - V_R \rho_A g_{l1}) = l_2(m_T g_{l2} - V_T \rho_A g_{l2}) \quad (1)$$

dengan

$l_1, l_2$	panjang lengan kiri dan kanan dari balans
$m_R, m_T$	massa dari anak-timbangan referensi dan yang diuji
$V_R, V_T$	volume dari anak-timbangan referensi dan yang diuji
$\rho_A$	densitas udara selama penimbangan.

Dengan asumsi bahwa balans memiliki lengan yang sama panjang sehingga tidak ada kesalahan yang diakibatkan oleh lengan balans, maka

$$l_1 = l_2 \rightarrow g_{l1} = g_{l2} = g$$

Kesamaan diatas jika disubstitusikan ke persamaan (1) dan kemudian disederhanakan, didapatkan :

$$m_T = m_R - (V_R - V_T) \cdot \rho_A \quad (2)$$

Suku paling kanan pada persamaan (2) kemudian disebut koreksi gaya-angkat udara. Jika koreksi ini diberi notasi B maka :

$$B = (V_R - V_T) \cdot \rho_A \quad (3)$$

Didalam melakukan komparasi antara anak-timbangan 1 kg dari material baja dengan kilogram prototype , volume dari anak-timbangan baja dan juga dari anak-timbangan prototype harus diketahui karena akan dilakukan perhitungan koreksi gaya-angkat udara. Volume dari anak-timbangan pada umumnya dilakukan secara metoda hidrostatis pada suhu yang dijaga pada 20 °C selama penimbangannya dan volume dicari dari relasi [3] :

$$V_T = V_{20}(1 + \alpha_t(t - 20)) \quad (4)$$

dengan

- $V_T$  volume dari anak-timbangan pada  $t$  °C
- $V_{20}$  volume dari anak-timbangan pada 20 °C
- $\alpha_t$  koefisien muai volume dari anak-timbangan yang diuji.

Densitas udara ditentukan selama penimbangan untuk keperluan perhitungan koreksi gaya-angkat udara. Untuk penentuan besarnya densitas udara, diperlukan pula ketelitian tingkat tinggi.

## 2.2. Persamaan Untuk Menentukan Densitas Udara

Pada umumnya, densitas udara  $\rho$  ditentukan tidak secara langsung namun dihitung dengan bantuan persamaan (Giacomo, 1982) dan dengan mempertimbangkan kondisi eksperimen. Dengan asumsi bahwa udara memiliki karakteristik dari gas riil maka berlaku persamaan berikut :

$$pV = n.Z.R.T \quad (5)$$

Jika  $M$  adalah massa molar dari gas maka densitas gas ditentukan dari :

$$\rho = \frac{p.M}{Z.R.T} \quad (6)$$

Persamaan terakhir ini terpakai untuk udara basah (moist air) yang mengandung fraksi molar uap air sebesar  $x_v$  dan massa molar  $M_v$ ; dan juga terpakai untuk udara kering (dry air) yang fraksi molarnya  $(1 - x_v)$  dan massa molarnya  $M_a$ . Dalam kondisi ini didapatkan persamaan :

$$M = M_a \left[ 1 - x_v \left( 1 - \frac{M_v}{M_a} \right) \right] \quad (7)$$

$$\rho_A = \frac{p.M_a}{Z.R.T} \left[ 1 - x_v \left( 1 - \frac{M_v}{M_a} \right) \right] \quad (8)$$

dengan

- $P$  tekanan, Pa
- $T$  suhu termodinamis K
- $x_v$  fraksi mole dari uap air
- $M_a$  massa molar dari udara kering, kg/mol
- $M_v$  massa molar dari air (=  $18,015 \times 10^{-3}$  kg/mol)
- $R$  konstanta gas molar (=  $8,31441$  J/(mol.K))
- $Z$  faktor kompresibilitas, dihitung dari :

$$Z = 1 - \frac{P}{T} \left[ a_0 + a_1.t + a_2.t^2 + (b_0 + b_1.t).x_v + (c_0 + c_1.t).x_v^2 \right] + \frac{P^2}{T^2} (d + e.x_v) \quad (9)$$

dimana :

- $a_0 = 1,62419 \times 10^{-6} \text{ K.Pa}^{-1}$
- $a_1 = -2,8969 \times 10^{-8} \text{ Pa}^{-1}$
- $a_2 = 1,0880 \times 10^{-10} \text{ K}^{-1}.\text{Pa}^{-1}$
- $b_0 = 5,757 \times 10^{-6} \text{ K.Pa}^{-1}$
- $t = \text{suhu (}^\circ\text{C)}$
- $b_1 = -2,589 \times 10^{-5} \text{ Pa}^{-1}$
- $c_0 = 1,9297 \times 10^{-4} \text{ K.Pa}^{-1}$
- $c_1 = -2,285 \times 10^{-6} \text{ Pa}^{-1}$
- $d = 1,73 \times 10^{-11} \text{ K}^2.\text{Pa}^{-2}$
- $e = -1,034 \times 10^{-8} \text{ K}^2.\text{Pa}^{-2}$

Untuk kondisi lab yang terkontrol pada umumnya  $M_a$  dianggap bernilai konstan kecuali nyata terjadi gangguan yang mengakibatkan terjadinya variabilitas kadar  $CO_2$  dalam ruang lab. Apabila demikian halnya maka  $M_a$  ditentukan menggunakan persamaan :

$$M_a = [28,9635 + 12,011(X_{CO_2} - 0,0004)] \times 10^{-3} \frac{kg}{mol} \quad (10)$$

dengan

$X_{CO_2}$  fraksi mole dari  $CO_2$  (dalam ppm).

Fraksi mole dari uap air  $x_v$  tidak diukur secara langsung. Sebaliknya, ia diturunkan dari pengukuran kelembaban relatif  $h$  atau diambil dari pengukuran suhu titik-embun  $t_r$ . Kelembaban relatif diukur untuk menghitung fraksi mole dari uap air  $x_v$  yang dihitung dari formula :

$$x_v = h \cdot f(p, t) \frac{p_{sv}(t)}{p} = f(p, t_r) \cdot \frac{p_{sv}(t_r)}{p} \quad (11)$$

Sedangkan  $f$  (disebut : enhancement factor) dikalkulasi dari persamaan :

$$f = \alpha + \beta \cdot p + \gamma \cdot t^2 \quad (12)$$

dengan :

$$\begin{aligned} \alpha &= 1,00062 \\ \beta &= 3,14 \times 10^{-8} \text{ Pa}^{-1} \\ \gamma &= 5,6 \times 10^{-7} \text{ K}^{-2} \end{aligned}$$

Tekanan uap jenuh dari air,  $p_{sv}$ , dikalkulasi dari persamaan :

$$p_{sv} = \exp\left(AT^2 + BT + C + \frac{D}{T}\right) \times 1 \text{ Pa} \quad (13)$$

dengan

$$\begin{aligned} p_{sv} & \text{ tekanan uap jenuh dari air, (Pa)} \\ T & \text{ suhu termodinamik, (K)} \\ A & = 1,2811805 \times 10^{-5} \text{ K}^{-2} \\ B & = -1,9509874 \times 10^{-2} \text{ K}^{-1} \\ C & = 34,04926034 \\ D & = -6,3536311 \times 10^3 \text{ K} \end{aligned}$$

### 2.3. Evaluasi Rata-rata, Standar Deviasi dan Ketidakpastian

Sebuah besaran-ukur (measuring quantity) yang nilainya ditentukan secara proses pengamatan atau pengukuran yang diulang-ulang maka akan didapatkan nilai yang berbeda untuk tiap kali pengamatan. Ini diakibatkan oleh faktor internal dari obyek yang diukur sebagai dampak dari terjadinya perubahan pada factor eksternal saat dilakukan pengukuran. Didalam panduan ISO yang umum dikenal dengan sebutan ISO-GUM<sup>[5]</sup> dijelaskan bahwa dari proses pengukuran berulang hendaknya ditetapkan nilai rata-rata sebagai nilai tunggal yang mewakili sejumlah hasil pengukuran yang variatif. Sebaran dari nilai rata-rata dapat diberikan dalam bentuk standar deviasi dan juga dilengkapi dengan nilai ketidakpastiannya. Masing-masing besaran tersebut diformulasikan sebagai berikut :

- Nilai rata-rata ( $\bar{x}$ )

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (14)$$

- Nilai Standar Deviasi (S)

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (15)$$

- Nilai Ketidakpastian (u)

$$u = \frac{S}{\sqrt{n}} \quad (16)$$

dengan

- $\bar{x}$       nilai rata-rata
- $x_i$      nilai pengukuran individu
- $n$         banyaknya pengulangan
- $S$         standar deviasi
- $u$         ketidakpastian

### 3. PERALATAN DAN PROSES PENIMBANGAN

Alat yang umum digunakan untuk melakukan penimbangan di lab dengan tingkat ketelitian tinggi adalah komparator massa (mass comparator). Pemilihan alat ukur ini dilakukan dengan pertimbangan bahwa selain ketelitiannya memadai, kapasitas maksimum dari alat ukur juga diharapkan mencakupi untuk obyek yang ditimbang. Karena yang hendak dikomparasikan adalah anak-timbangan dengan nilai nominal 1 kg maka didalam proses penimbangan komparatif ini digunakan komparator massa dengan kapasitas 1 kg dengan kemampuan-baca 1  $\mu$ g. Alat-ukur lain yang menjadi penting dalam hal ini adalah : pengukur suhu, pengukur tekanan, pengukur kelembaban udara dan pengukur kadar CO<sub>2</sub> di udara. Keseluruhan alat-ukur ini hendaknya sudah diklimatisasi di ruang lab selama setidaknya satu malam. Proses atau metoda penimbangan yang umum dilakukan di lab pada penimbangan komparatif dikenal dengan sebutan metoda Substitusi-ganda (Double Substitution method). Proses penimbangan dilakukan secara berurutan, mula-mula dilakukan penimbangan terhadap anak-timbangan standar referensi (R) lalu dikeluarkan dan digantikan anak-timbangan yang diuji (T) lalu dikeluarkan namun ditimbang ulang. Proses penimbangan diakhiri dengan menimbang anak-timbangan standar referensi. Dengan demikian metoda Substitusi-ganda ini dikenal pula dengan proses penimbangan S-T-T-S atau R-T-T-R.

### 4. HASIL PENGAMATAN DAN PERHITUNGAN

Dari sejumlah 18 kali pelaksanaan penimbangan komparatif mengikuti metoda Substitusi-ganda, masing-masing diikuti dengan melakukan pencatatan empat besaran pengaruh : suhu, tekanan udara, kelembaban serta besarnya konsentrasi CO<sub>2</sub>. Hasilnya ditabulasikan pada Tabel 4.1 berikut, diikuti dengan perhitungan besarnya nilai densitas udara pada kolom paling kanan mengikuti persamaan (8).

Tabel.4.1 : Kalkulasi Densitas Udara berdasarkan pengamatan 4 besaran (suhu, tekanan, kelembaban dan konsentrasi CO<sub>2</sub>)

Suhu (°C)	Tekanan (mbar)	Kelembaban (%)	Konsentrasi CO <sub>2</sub> (ppm)	Densitas Udara (mg/cm <sup>3</sup> )
20,770	989,350	44,30	444	1,17298

20,770	989,279	44,34	440	1,17289
20,770	989,255	44,43	424	1,17286
20,770	989,265	44,53	420	1,17287
20,775	989,250	44,57	400	1,17282
20,775	989179	44,80	396	1,17273
20,775	989197	44,92	400	1,17276
20,775	989175	45,01	404	1,17273
20,775	989197	45,07	398	1,17275
20,775	989200	45,10	402	1,17274
20,780	989250	45,14	422	1,17281
20,780	989289	45,21	412	1,17283
20,780	989279	45,21	416	1,17282
20,785	989260	45,26	416	1,17279
20,790	989215	45,30	412	1,17272
20,790	989196	45,31	406	1,17268
20,795	989170	45,33	414	1,17265
20,795	989,117	45,33	402	1,17258

Dari hasil perhitungan densitas udara diatas, didapatkan :

- rata-rata densitas udara = 1,17278 mg/cm<sup>3</sup>
- standar deviasi densitas udara = 9,44x10<sup>-5</sup> mg/cm<sup>3</sup>
- ketidakpastian densitas udara = 2,23x10<sup>-5</sup> mg/cm<sup>3</sup>.

Tabel 4.2 : Penentuan Koreksi Gaya-angkat Udara.

Volume dari 1 kg Pt-Ir (V <sub>R</sub> ) (cm <sup>3</sup> )	Volume dari 1 kg Baja (V <sub>T</sub> ) (cm <sup>3</sup> )	Koreksi gaya-angkat udara (mg)
46.41652	124.05258	91,0656
46.41652	124.05258	91,0590
46.41652	124.05258	91,0562
46.41652	124.05258	91,0570
46.41653	124.05261	91,0531
46.41653	124.05261	91,0462
46.41653	124.05261	91,0485
46.41653	124.05261	91,0462
46.41653	124.05262	91,0478
46.41654	124.05264	91,0470
46.41654	124.05264	91,0524
46.41654	124.05267	91,0540
46.41654	124.05267	91,0532
46.41655	124.05270	91,0510
46.41655	124.05270	91,0455
46.41655	124.05273	91,0424
46.41655	124.05273	91,0401
46.41655	124.05273	91,0346
Rata-rata = 46,4165	Rata-rata = 124,0526	Rata-rata = 91,050 mg
$\alpha_{20} = 25,98 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	$\alpha_{20} = 48 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	Ketidakpastian = 1,7 $\mu\text{g}$

Dari hasil perhitungan diatas, didapatkan :

- rata-rata volume anak-timbangan Pt-Ir = 46,4165 cm<sup>3</sup>
- rata-rata volume anak-timbangan baja = 124,0526 cm<sup>3</sup>
- rata-rata koreksi gaya-angkat udara = 91,050 mg
- ketidakpastian koreksi gaya-angkat udara = 1,7  $\mu\text{g}$ .

Tabulasi di atas merupakan langkah akhir dari obyektivitas dari komparasi dua anak-timbangan berbeda material. Satu anak-timbangan 1 kg terbuat dari Pt-Ir, yang lain dari baja. Komparasi keduanya memberikan efek berupa koreksi gaya-angkat udara sebesar 91,050 mg dengan ketidakpastian sebesar 1,7  $\mu$ g.

## 5. KESIMPULAN

Makalah ini memberikan penjelasan bahwa penentuan densitas udara secara lengkap memerlukan pengukuran tekanan, suhu kelembaban dan konsentrasi CO<sub>2</sub> di udara. Jika dua anak-timbangan dengan nilai nominal sama tetapi dari material berbeda maka koreksi gaya-angkat udara menjadi penting untuk diperhitungkan dan jika kelas ketelitian dari anak-timbangan yang dikomparasikan berkelas ketelitian tinggi maka evaluasi ketidakpastian perlu menjadi pertimbangan pula.

Dicontohkan, prototype kilogram dari bahan Platinum-Iridium dikomparasikan dengan anak-timbangan 1 kg dari material baja. Hasil yang diperoleh pada penimbangan komparatif antara kedua anak-timbangan beda material ini menggunakan densitas udara yang dikalkulasi dengan mempertimbangkan empat besaran pengaruh mengikuti persamaan yang diterima secara internasional, didapatkan densitas udara sebesar 1,17278 mg/cm<sup>3</sup> dengan ketidakpastian relatif sebesar 1,24x10<sup>-4</sup> dan koreksi gaya-angkat udara sebesar 91,050 mg dengan ketidakpastian sebesar 1,7  $\mu$ g.

## DAFTAR PUSTAKA

- Giacomo, P., *Equation for the Determination of the Density of Moist Air*, Metrologia, **18**, 33-41, 1982.
- Davis RS. “*Equation for the density of moist air*”. Metrologia, **29**, 67-70, 1992
- Schwartz, R., *Realization of the PTB mass scale from 1 mg to 10 kg*, PTB-MA-21e, 14-16, **31**, 1991.
- OIML-IR No 111. *Weights of classes E1, E2, F1, F2, M1, M2, M3*. International Organisation of Legal Metrology, 1994.
- ISO-GUM, *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, International Standard Organization, Switzerland, 1995.

## DAFTAR RIWAYAT HIDUP PENULIS

Nama : Entjie Mochamad Sobbich  
Instansi : Puslit Kalibrasi, Instrumentasi dan Metrologi - LIPI  
Puspiptek Serpong  
Pendidikan : S2 - Program Instrumentasi dan Kontrol -Teknik Fisika - ITB tahun 2000 - 2003  
Status Peneliti : Peneliti Utama - LIPI (TMT 2008).